

Kontrollskrivning i 764G08 Linjär Algebra 2024-10-28, kl. 08.00-12.00

Varje uppgift bedöms med 0 - 3 poäng. Totalt 6/10/14 poäng berättigar till 1/2/3 bonuspoäng på tentamen. Rätten att tillgodoräkna sig bonuspoäng på kommande tentamina består i 11 månader. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget godkänd.

Inga hjälpmedel är tillåtna. Endast skrivmaterial (penna, suddgummi, passare, linjal) får användas. För full poäng krävs att lösningarna är fullständiga, väl motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Om inget annat sägs är alla koordinater angivna i en positivt orienterad ON-bas $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ för rummet eller en positivt orienterad ON-bas $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ för planet.

1. Lös ekvationssystemet nedan. Kontrollera erhållen lösning.

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 5 \\ x + y - z = 2 \\ -3x - y + 5z = -4 \end{cases}$$

2. Bestäm inversen (om den existerar) till $A^{-1}B$ då

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 3 & 4 & -5 \\ 4 & 6 & 8 \end{bmatrix} \text{ och } B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

(OBS: alla beräkningar skall vara synliga).

3.

- a. Redogör för projektionsformeln. Utgå ifrån figur med tydliga beteckningar. (1p)
- b. Bestäm projektionen av \vec{u} på vektorn \vec{v} , uttryckt i \vec{v} , om $|\vec{u}| = 4$, $|\vec{v}| = 3$ och vinkeln mellan dem är 60° .

4. Låt $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ och $C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$.

- a. Lös ut matrisen X ur sambandet $AX^{-1}B = C^{-1}$.
Förenkla svaret så långt det går.

(2p)

- b. Lös matrisekvationen $AX^{-1}B = C^{-1}$. (OBS: alla beräkningar skall vara synliga).

5. Betrakta planet som innehåller de tre punkterna $A = (1, -1, 0)$, $B = (0, -3, 0)$ och $C = (2, 1, 1)$.
- Bestäm planets ekvation på normalform. Utgå ifrån figur med tydliga beteckningar. Motivera noga.
 - Bestäm det minsta avståndet från punkten $P = (2, 5, -2)$ till planet. Utgå ifrån figur med tydliga beteckningar. Motivera noga.
 - Bestäm koordinaterna för spegelbilden av punkten $P = (2, 5, -2)$ i planet. Utgå ifrån figur med tydliga beteckningar. Motivera noga.
6. Bestäm matrisen till den linjära avbildningen som sammansättningen mellan spegling i linjen $x = 3y$ följt av rotationen 60° moturs. Utgå ifrån figur med tydliga beteckningar för de beräkningar som kräver det. (OBS: alla beräkningar skall vara synliga).

Lycka till

