Linköpings universitet
Matematiska institutionen
malgorzata wesolowska

Utbildningskod: 764G08
Modul: KTR1

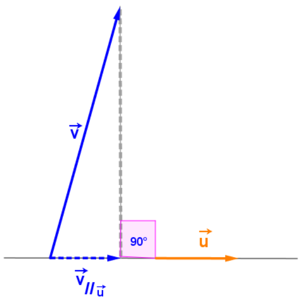
Svar
Kontrollskrivning i 764G08 Linjär Algebra
2024-10-28, kl. 08.00-12.00

1. $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, där $t \in \mathbb{R}$

2. $(A^{-1}B)^{-1} = B^{-1}A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 0 & 1 & 12 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$.

3.

a. Redogör för projektionsformeln. (Utgå ifrån figur med tydliga beteckningar.)



Projektionssatsen ger då $\vec{v}_{//\vec{u}} = \dfrac{\vec{v} \bullet \vec{u}}{\vec{u} \bullet \vec{u}} \vec{u}$.

Svar: Projektionsformeln ges av $\vec{v}_{//\vec{u}} = \dfrac{\vec{v} \bullet \vec{u}}{\vec{u} \bullet \vec{u}} \vec{u}$.

b.

Lösningsskiss:

Vi söker $\vec{u}_{//\vec{v}} = \frac{\vec{u} \bullet \vec{v}}{\vec{v} \bullet \vec{v}} \vec{v}$.

Där $\vec{v} \bullet \vec{v} = |\vec{v}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos 0° = 3 \cdot 3 \cdot 1 = 9$ och $\vec{v} \bullet \vec{u} = |\vec{v}| \cdot |\vec{u}| \cdot \cos 60° = 3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{2} = 6$.
Insättning av respektive ger $\vec{u}_{//\vec{v}} = \frac{\vec{u} \bullet \vec{v}}{\vec{v} \bullet \vec{v}} \vec{v} = \frac{6}{9} \vec{v} = \frac{2}{3} \vec{v}$.

Svar: Projektionen av $\vec{u}$ på vektorn $\vec{v}$, uttryckt i $\vec{v}$ är $\vec{u}_{//\vec{v}} = \frac{2}{3} \vec{v}$.

4.

a. $X = (A^{-1}C^{-1}B^{-1})^{-1} = BCA$.

b. $X = BCA = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 5 & -10 \end{bmatrix}$.

5.

a. $2x - y = 3$

b. $d = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ l.e.

c. $P_{spegling} = \left(\frac{26}{5}, \frac{17}{5}, -2\right)$

6. Svar: $A = \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 4-3\sqrt{3} & 3+4\sqrt{3} \\ 3+4\sqrt{3} & -4+3\sqrt{3} \end{bmatrix}$

Kommentar (ingen lösning) :

$$A_{spegling} = \frac{1}{5}\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}. \ A_{rotation} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}.$$

$$A = A_{total} = A_{rotation} \cdot A_{spegling} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \left(\frac{1}{5}\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}\right) =$$

$$= \frac{1}{10}\begin{bmatrix} 4-3\sqrt{3} & 3+4\sqrt{3} \\ 3+4\sqrt{3} & -4+3\sqrt{3} \end{bmatrix}$$

Att visualisera (här valde jag att visa vad händer med ortsvektor $\vec{u}$) :