

Tentamen i Linjär algebra 2024-04-22 kl. 14-19

Inga hjälpmedel är tillåtna. Endast skrivmaterial (penna, suddgummi, passare, linjal) får användas.

Varje uppgift kan ge högst 3 poäng. För betyg *G* räcker 8 poäng, för betyg *VG* räcker 14 poäng. Om inget annat sägs är koordinater och vektorer givna i standardbasen.

Bonus får tillgodoräknas från kontrollskrivning 2023-10-23. Observera att denna bonus enbart gäller för betyget godkänd.

Skriv på omslaget hur många bonuspoäng du har. (B=1, B=2 eller B=3)

Skriv klart och tydligt och med så utförliga motiveringar att din tankegång är lätt att följa, steg för steg. Lösningarna skall vara avslutade med ett svar (svaren ska förstås ges på så enkel form som möjligt).

För att markera hur den enskilda uppgiften bedömts ges poäng mellan 0 och 3. En lösning utan förklarande text kan aldrig ge mer än 2 poäng.

En lösning som innehåller något allvarligt fel i mer elementär matematik (som inte är uppenbart slarv) ger inte någon poäng alls (gäller även om uppgiften består av flera deluppgifter).

OBS! Inte korrekta beräkningar som kan kontrolleras betraktas inte som slarvfel.

Följ föreläsning och lektions anteckningar! inga "färdiga" formler för avbildningar, avstånd osv. som inte tagits upp under kursens gång kan användas i så fall ska det tas fram först klart och tydligt med hjälp av lämplig figur. Rita alltid en figur!

Alla koordinater är givna i en positivt orienterad ON-bas $\underline{e} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2\}$ för planet eller $\underline{e} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$ för rummet.

1. Låt $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & -4 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Bestäm A^3 , determinanten av A samt inversen av A om den finns.

2. Bestäm minsta-kvadrat lösningen till nedanstående ekvationssystem

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 0 \\ -x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_3 = 2 \end{cases}$$

3. Bestäm matrisen X så att $B^{-1} = BXA + A^{-1}$, där

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

4. Bestäm koordinaterna för spegelbilden av punkten $(2, 5, -2)$ i det plan som innehåller de tre punkterna $(2, 0, 0)$, $(2, 1, 1)$ och $(1, 0, -1)$.

(Obs: inga färdiga formler för avbildningar vid lösningar är av intresse, utgå från en figur med tydliga beteckningar som du hänvisar till vid beräkningar, det ska framgå tydligt hur du tänker)

5. Bestäm alla egenvärden och motsvarande egenvektorer till matrisen

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 4 \\ 0 & 4 & 2 \end{bmatrix}$$

6. En linjär avbildning i R^3 är sådan att $[1 \ 0 \ 1]^t$ avbildas på $[0 \ 2 \ 0]^t$ och varje vektor i planet $x + y + z = 0$ är en egenvektor med egenvärde 1. Bestäm avbildningsmatrisen i standardbasen.

lycka till!

