

Matematiska institutionen vid Linköpings Universitet
Dugga 1 (STN1) på Matematisk grundkurs 91MA13/92MA13
2023-09-28 kl 08.00-11.00, examinator: Jonathan Nilsson

Endast skrivverktyg är tillåtna. Duggan har fem uppgifter där var och en är värd 3p. Maxpoäng är 15p. Gränsen för godkänt är 7p. För full poäng på en uppgift krävs en fullständig och välmotiverad lösning som går att följa. Skriv tydligt vad ditt svar är på varje uppgift, och svara på enklast möjliga form. Lösningar som är oläsliga eller inte går att följa eller som innehåller endast svar bedöms som noll poäng. Börja varje uppgift på en ny sida och lämna in uppgifterna i nummerordning. Skriv inte med rödpenna. Ett lösningsförslag publiceras på kurshemsidan efter skrivtidens slut.

1. (a) Förenkla $\frac{3x+3}{x+\frac{1}{2+x}}$ och avgör för vilka reella x som uttrycket är definierat.
(b) Beräkna $\sum_{k=2}^9 \frac{2^{k+3}}{4^k}$.
(c) Ta fram koefficienten för x^3 i polynomet $(2x-1)^7$ genom att använda binomialsatsen.
2. Hitta alla reella lösningar till ekvationen $3 + \sqrt{19 - 3x} = x$.
3. Avgör för vilka reella x som följande olikhet gäller:

$$\frac{2x^2 + 8}{x + 1} \geq 5.$$

4. Lös ekvationen $z^2 + 2i = z + 3iz + 2$ fullständigt.
5. Ange alla komplexa tal z som löser ekvationssystemet nedan. Inkludera en bild som illustrerar lösningarna till var och en av de två ekvationerna i det komplexa talplanet.

$$\begin{cases} (2+i)z + \overline{(2+i)z} = 2 \\ |z-1| = 1 \end{cases}$$

Lycka till!