Matematiska institutionen vid Linköpings Universitet

Dugga 1 (STN1) på Matematisk grundkurs 91MA13/92MA13

2023-10-13 kl 08.00-11.00, examinator: Jonathan Nilsson

Endast skrivverktyg är tillåtna. Duggan har fem uppgifter där var och en är värd 3p. Maxpoäng är 15p. Gränsen för godkänt är 7p. För full poäng på en uppgift krävs en fullständig och välmotiverad lösning som går att följa. Skriv tydligt vad ditt svar är på varje uppgift, och svara på enklast möjliga form. Lösningar som är oläsliga eller inte går att följa eller som innehåller endast svar bedöms som noll poäng. Börja varje uppgift på en ny sida och lämna in uppgifterna i nummerordning. Skriv inte med rödpenna. Ett lösningsförslag publiceras på kurshemsidan efter skrivtidens slut.

---

1. (a) Förenkla $\binom{10}{7} \cdot \binom{11}{7} \cdot \frac{7!}{11!}$ så långt som möjligt.

   (b) Beräkna den aritmetiska summan $-17 - 14 - 11 - \cdots + 22 + 25 + 28$.

   (c) Ekvationen $x^2 + 2y + 1 = 4x - y^2$ beskriver en cirkel. Bestäm dess medelpunkt och radie.

2. Avgör för vilka reella x som följande olikhet gäller:

$$\frac{x^3 - 2}{x - 2} \leq 1.$$

3. Ange alla reella lösningar till ekvationen $|2x - 1| + |x - 3| = 2x$.

4. Polynomet $p(z) = z^3 + z - 10$ har ett nollställe som är ett heltal. Hitta alla komplexa nollställen till $p(z)$.

5. Visa att $a_n = \big(i + \sum_{k=0}^{n} (1 - i)^k\big) \cdot \big(-i + \sum_{k=0}^{n} (1 + i)^k\big)$ är ett reellt tal för varje heltal $n > 0$. Förenkla också uttrycket a_n så långt som möjligt.

Lycka till!