

Matematiska institutionen vid Linköpings Universitet
Dugga 1 (STN1) på Matematisk grundkurs 91MA13/92MA13
2024-09-25 kl 14.00-17.00, examinator: Jonathan Nilsson

Endast skrivverktyg är tillåtna. Duggan har fem uppgifter där var och en är värd 3p. Maxpoäng är 15p. Gränsen för godkänt är 7p. För full poäng på en uppgift krävs en fullständig och välmotiverad lösning som går att följa. Skriv tydligt vad ditt svar är på varje uppgift, och svara på enklast möjliga form. Lösningar som är oläsliga eller inte går att följa eller som innehåller endast svar bedöms som noll poäng. Börja varje uppgift på en ny sida och lämna in uppgifterna i nummerordning. Skriv inte med rödpenna. Ett lösningsförslag publiceras på kurshemsidan efter skrivtidens slut.

1. (a) Beräkna den aritmetiska summan $11 + 15 + 19 + \dots + 83 + 87$.
(b) Beräkna absolutbeloppet $|\frac{3+i}{1-i} - 4|$.
(c) Förenkla $\binom{22}{19} - \binom{21}{18}$ så långt som möjligt.
2. Hitta alla reella lösningar till ekvationen $|x + 1| + |2x - 5| = x + 4$.
3. Avgör för vilka reella x som följande olikhet gäller:

$$\frac{x^2 + 5}{x^2 + x - 6} \geq \frac{x}{x - 2}.$$

4. Hitta alla komplexa nollställen till polynomet $p(z) = z^2 - 8iz - 19 + 4i$.
5. Ett *gaussiskt heltal* definieras som ett komplext tal vars realdel och imaginärdel båda är heltal. Ange alla gaussiska heltal z som uppfyller de bägge olikheterna nedan, illustrera med in bild i komplexa talplanet.

$$\begin{cases} |z + i| < 4 \\ |z - 1 - 4i| < |z + 1| \end{cases}$$

Lycka till!