

Matematiska institutionen vid Linköpings Universitet

Kursnamn: Matematisk grundkurs Utbildningskoder: 91MA13/92MA13

Modul: STN1 (dugga I) 2025-09-25 kl 8.00-11.00

Examinator: Jonathan Nilsson

Endast skrivverktyg är tillåtna. Duggan har fem uppgifter där var och en är värd 3p. Maxpoäng är 15p. Gränsen för godkänt är 7p. För full poäng på en uppgift krävs en fullständig och välmotiverad lösning som går att följa. Skriv tydligt vad ditt svar är på varje uppgift, och svara på enklast möjliga form. Lösningar som är oläsliga eller inte går att följa eller som innehåller endast svar bedöms som noll poäng. Börja varje uppgift på en ny sida och lämna in uppgifterna i nummerordning. Skriv inte med rödpenna. Ett lösningsförslag publiceras på kurshemsidan efter skrivtidens slut.

1. (a) Beräkna den aritmetiska summan $\sum_{k=5}^{24} (5k + 3)$.
(b) Beräkna koefficienten för x^4 i uttrycket $(2x + 1)^7$ med hjälp av binomialsatsen.
2. (a) Lös ekvationen $|2x - 5| = 3x + 1$.
(b) Lös ekvationen $\sqrt{5x + 11} = x + 1$.
3. Lös ekvationen $z^2 - (6 + 2i)z + 11 + 10i = 0$.
4. Avgör för vilka reella tal x som följande olikhet gäller:

$$2x + 3 \geq \frac{12x}{x + 1}.$$

5. Visa att alla nollställen till polynomet

$$p(z) = z^5 - 3z^4 + (1 - 2i)z^3 - 2z^2 + z - 3i$$

ligger innuti cirkeln $|z| = 4$ i komplexa talplanet.

Tips: Visa först att $|z|^5 < 3(|z|^4 + |z|^3 + |z|^2 + |z| + 1)$ gäller när z är ett nollställe. Beräkna sedan den geometriska summan och visa att vi får en motsägelse om $|z| \geq 4$.

Lycka till!