

Tentamensformulär för Dugga 2 i Matematisk grundkurs 2021-10-29 kl 14-18

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstas ges på så enkel form som möjligt. Uppgifterna bedöms med 0-3 poäng. För godkänt betyg räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget. Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Beräkna $\binom{51}{47}$. (1 p)

(b) Beräkna $\sum_{k=-3}^{21} (6k - 55)$. (1 p)

(c) Ange ekvationen för en cirkel med radie $\sqrt{5}$ och medelpunkt i $x = 3$ och $y = -2$. (1 p)

2. (a) Bestäm \bar{z} om $z = e^{i\frac{\pi}{6}} + \frac{i}{3-i}$. Svara på formen $\bar{z} = a + ib$, $a, b \in \mathbb{R}$. (1 p)

(b) Lös ekvationen $(2 - y)^{-1} = 2^{-1} + y^{-1}$. (1 p)

(c) Bestäm, med hjälp av kvadratkomplettering, det största värdet av $\frac{e^{8x}}{e^4 e^{x^2}}$. (1 p)

3. (a) Finn alla reella lösningar till ekvationen $\cos\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right)$. (1 p)

(b) Beräkna $\arccos\left(\cos\left(\frac{6\pi}{5}\right)\right)$. (1 p)

(c) Beräkna $\tan\left(\arcsin\left(\frac{2}{3}\right)\right)$. (1 p)

4. Lös ekvationerna

(a) $\ln x - \ln 3\sqrt{2} = \ln \sqrt{2} - \ln(x - 1)$. (1 p)

(b) $25^x = \sqrt{5^{x+1} + 6}$. (2 p)

5. Skriv $\cos^2 2x \sin 3x$ som en summa av cos- och/eller sin-termer, samt lös även ekvationen

$$4 \cos^2 2x \sin 3x = \sin 3x + \sin 7x.$$

6. Bestäm definitionsmängden och (om möjligt) inversen till $f(x) = \sqrt{\ln\left(\frac{x-5}{x-3}\right)} - 1$.

7. Visa att om a och z är komplexa tal och om $|a| < 1$ så är $|z| < 1 \iff \left|\frac{z-a}{1-\bar{a}z}\right| < 1$.