

Tentamensformulär för Dugga 2 i Matematisk grundkurs 2022-11-21 kl 14-18

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar. Svaren ska förstas ges på så enkel form som möjligt. Uppgifterna bedöms med 0-3 poäng. För godkänt betyg räcker 9 poäng. Poängen på godkända duggor summeras och avgör slutbetyget. Svar mm finns att hämta på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Beräkna $23 + 27 + 31 + 35 + \dots + 99$. (1 p)
- (b) Beräkna $\left| \frac{5 + 3i}{4 - i} \right|$. (1 p)
- (c) Bestäm alla reella lösningar till ekvationen $4^x + 2^{x+1} = \frac{5}{4}$. (1 p)
2. (a) Lös ekvationen $2 \cos \left(2x + \frac{\pi}{2} \right) = 1$. (1 p)
- (b) Bestäm alla lösningar till ekvationen $\sin \left(\frac{\pi}{5} - 2x \right) = \sin 3x$. (1 p)
- (c) Förenkla uttrycket $\arccos \left(\cos \left(-\frac{23\pi}{7} \right) \right)$ så långt som möjligt. (1 p)
3. (a) Använd egenskaperna hos ln-funktionen och bevisa att $\ln 1 = 0$. (1 p)
- (b) Finn alla x som uppfyller sambandet $\ln(3 - x) - \ln(x + 3) = \ln(x + 1)$. (2 p)
4. Betrakta funktionen $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x+2}}$ med största möjliga (naturliga) definitionsmängd. Bestäm, om möjligt, inversen f^{-1} samt definitions- och värdemängd för f och f^{-1} .
5. (a) Bestäm konstanten A och något φ så att (2 p)
$$3 \sin x - \sqrt{3} \cos x = A \sin(x + \varphi).$$
- (b) Lös ekvationen $3 \sin 5x - \sqrt{3} \cos 5x = 3$. (1 p)
6. Förenkla uttrycket $\arctan 2 + \arctan 5 + \arctan 8$ så långt som möjligt.
7. Låt ω beteckna argumentet för det komplexa talet z och sådant att ω ligger i intervallet $]-\pi, \pi[$. För vilket komplext tal z , som uppfyller olikheten $|z - 25i| \leq 15$, blir ω som minst?