

Matematiska institutionen vid Linköpings Universitet
Dugga 2 (STN2) på Matematisk grundkurs 91MA13/92MA13
2023-10-28 kl 14.00-18.00, examinator: Jonathan Nilsson

Endast skrivverktyg är tillåtna. Duggan har sju uppgifter där var och en är värd 3p. Maxpoäng är 21p. Gränsen för godkänt är 9p. Om inget annat anges krävs en fullständig och välmotiverad lösning som går att följa. Skriv tydligt vad ditt svar är på varje uppgift, och svara på enklast möjliga form. Lösningar som är oläsliga eller inte går att följa eller som innehåller endast svar bedöms som noll poäng. Börja varje uppgift på en ny sida och lämna in uppgifterna i nummerordning. Skriv inte med rödpenna. Ett lösningsförslag publiceras på kurshemsidan efter skrivtidens slut.

1. Beräkna och förenkla

(a) $|\frac{2+4i}{1-i} - 2 + i|$

(b) $\sum_{k=2}^{11} (\sqrt{2})^k$

(c) $\ln(8e^3) - 6 \ln(\sqrt{2})$

2. Hitta alla reella lösningar till var och en av ekvationerna nedan.

(a) $\ln(x+4) + \ln(x-2) = \ln(4x+7)$

(b) $e^{3x} + 6 = 7e^x$

3. (a) Lös ekvationen $\sin(2x - \frac{3\pi}{5}) = \cos(x)$.

(b) Förenkla uttrycket $\arcsin(\cos(\frac{7\pi}{8})) + \arctan(\frac{1}{2}) + \arctan(-3)$ så långt som möjligt.

4. Lös ekvationen $2\sqrt{3} \cos(x) - 2 \sin(x) = -\sqrt{8}$ genom att först skriva om vänsterledet med hjälpvinkelmetoden.

5. Låt $f(x) = \sqrt{4 + \ln(x^2 - 2x + 2)}$ med $D_f = [1, \infty[$. Bestäm värdemängden V_f , visa att f är inverterbar, och hitta ett funktionsuttryck för inversen till f .

6. Använd Eulers formler för att skriva uttrycket $\cos(3x) \sin^2(x)$ som en summa av sinus- och/eller cosinus-termer, alltså utan produkter av trigonometriska funktioner.

7. Avgör *hur många* av lösningarna till ekvationen $(z + \frac{\sqrt{3}}{2}i - 2)^{50} - i = 0$ som har positiv imaginärdel.

Lycka till!