

Matematiska institutionen vid Linköpings Universitet
Dugga 2 (STN2) på Matematisk grundkurs 91MA13/92MA13
2023-11-20 kl 08.00-12.00, examinator: Jonathan Nilsson

Endast skrivverktyg är tillåtna. Duggan har sju uppgifter där var och en är värd 3p. Maxpoäng är 21p. Gränsen för godkänt är 9p. För full poäng på en uppgift krävs en fullständig och välmotiverad lösning som går att följa. Skriv tydligt vad ditt svar är på varje uppgift, och svara på enklast möjliga form. Lösningar som är oläsliga eller inte går att följa eller som innehåller endast svar bedöms som noll poäng. Börja varje uppgift på en ny sida och lämna in uppgifterna i nummerordning. Skriv inte med rödpenna. Ett lösningsförslag publiceras på kurshemsidan efter skrivtidens slut.

1. (a) Lös ekvationen $x = 1 + \sqrt{3x - 3}$.
(b) Bestäm $|z|$ och $\arg(z)$ där $z = \frac{(1+i)^7 \cdot 2i}{(\sqrt{3}+i) \cdot (3-3i)}$.
2. Hitta alla reella lösningar till var och en av ekvationerna nedan.
(a) $\ln(x) + 2 \ln(x+1) = \ln(x^2 + 7x)$.
(b) $2^{2x+1} + 3 \cdot 2^x = 20$.
3. (a) Lös ekvationen $\tan(x) - 2 \sin(x) = 0$.
(b) Förenkla $\arccos(\sin(\frac{5\pi}{3}))$.
(c) Förenkla $\arctan(5) + \arctan(7)$ till ett uttryck som innehåller högst en arcusfunktion.
4. Lös ekvationen $\cos(x) - \sin(x) = -\frac{\sqrt{6}}{2}$ genom att först skriva om vänsterledet med hjälpvinkelmetoden.
5. Låt $f(x) = \ln(\frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x-3}})$. Bestäm funktionens naturliga definitionsmängd, och om möjligt ett uttryck för dess invers.
6. Lös den binomiska ekvationen $z^4 = -2 + \sqrt{12}i$. Skriv lösningarna på så enkel form som möjligt.
7. Sinus och cosinus kan definieras för komplexa tal med hjälp av Eulers formler:

$$\cos(z) = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2} \quad \text{och} \quad \sin(z) = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}.$$

Hitta alla komplexa lösningar till ekvationen $\cos(z) = 2$.

Lycka till!