

Matematiska institutionen vid Linköpings Universitet
Dugga 2 (STN2) på Matematisk grundkurs 91MA13/92MA13
2024-10-24 kl 14.00-18.00, examinator: Jonathan Nilsson

Endast skrivverktyg är tillåtna. Duggan har sju uppgifter där var och en är värd 3p. Maxpoäng är 21p. Gränsen för godkänt är 9p. Om inget annat anges krävs en fullständig och välmotiverad lösning som går att följa. Skriv tydligt vad ditt svar är på varje uppgift, och svara på enklast möjliga form. Lösningar som är oläsliga eller inte går att följa eller som innehåller endast svar bedöms som noll poäng. Börja varje uppgift på en ny sida och lämna in uppgifterna i nummerordning. Skriv inte med rödpenna. Ett lösningsförslag publiceras på kurshemsidan efter skrivtidens slut.

1. (a) Ange en ekvation för en cirkel med medelpunkt i $(3, -1)$ och med radie 2.
(b) Beräkna absolutbeloppet av talet $z = \frac{(1+i)^9(2+i)}{(1-i)^5}$.
(c) Lös ekvationen $2 \cdot 3^x = 5^x$.
2. Förenkla:
 - (a) $\arccos(\sin(\frac{5\pi}{8}))$
 - (b) $\cos(\arcsin(\frac{2}{3}))$
 - (c) $\arctan(\frac{1}{3}) + \arctan(-2)$
3. (a) Lös ekvationen $\ln(x+3) + \ln(x-2) = \ln(9-x)$
(b) Använd Eulers formler för att visa att $4 \cos^3(x) = 3 \cos(x) + \cos(3x)$.
4. Skissa grafen till $f(x) = \cos(x) - \sqrt{3} \sin(x) + 2$ genom att först förenkla $f(x)$ med hjälpvinkelmetoden. Gradering av axlarna ska synas tydligt i figuren.
5. Låt $g(x) = \ln(\frac{3-x}{x-1})$. Ange den naturliga definitionsmängden till g , och ange om möjligt ett uttryck för inversen g^{-1} .
6. Hitta alla reella lösningar till ekvationen $2 \sin^3(x) + 7 \cos^2(x) + 2 \sin(x) - 4 = 0$.
7. Betrakta den binomiska ekvationen $2(z + \frac{i}{2})^n = -1 + \sqrt{3}i$.
 - (a) Lös ekvationen när $n = 4$.
 - (b) För vilka positiva heltal n finns det en reell lösning till ekvationen?

Lycka till!