

Matematiska institutionen vid Linköpings Universitet

Kursnamn: Matematisk grundkurs Utbildningskoder: 91MA13/92MA13

Modul: STN2 (dugga 2) 2025-10-24 kl 14.00-18.00

Examinator: Jonathan Nilsson

Endast skrivverktyg är tillåtna. Duggan har sju uppgifter där var och en är värd 3p. Maxpoäng är 21p. Gränsen för godkänt är 9p. För full poäng på en uppgift krävs en fullständig och välmotiverad lösning som går att följa. Skriv tydligt vad ditt svar är på varje uppgift, och svara på enklast möjliga form. Lösningar som är oläsliga eller inte går att följa eller som innehåller endast svar bedöms som noll poäng om inget annat anges. Börja varje uppgift på en ny sida och lämna in uppgifterna i nummerordning. Skriv inte med rödpenna. Ett lösningsförslag publiceras på kurshemsidan efter skrivtidens slut.

1. Låt $z = \frac{(1-i)(\sqrt{3}+i)^6}{(1+i)^5}$.

(a) Beräkna beloppet $|z|$.

(b) Beräkna ett argument $\arg(z)$.

(c) Skriv z på formen $a + bi$.

2. Förenkla $g(x) = 3 + \sqrt{12} \cos(x) - 2 \sin(x)$ med hjälpvinkelmetoden. Använd resultatet för att bestämma värdemängden V_g .

3. (a) Förenkla $\arcsin(\sin(\frac{18\pi}{7}))$.

(b) Lös ekvationen $\cos(2x + \frac{\pi}{3}) = \sin(x)$.

4. Ange största möjliga (naturliga) definitionsmängd, och ange ett uttryck för inversen till funktionen

$$f(x) = \arccos\left(\frac{5e^x - 7}{2}\right).$$

5. Lös den binomiska ekvationen $\sqrt{2} \cdot z^3 + 27 = 27i$.

6. (a) Lös ekvationen $\ln(x+1) + \ln(2) = 1 + \ln(x)$.

(b) Lös ekvationen $2(\ln(x))^3 + (\ln(x))^2 = \ln(x)$.

7. Bevisa att formeln

$$\arctan\left(\frac{a_1}{b_1}\right) + \arctan\left(\frac{a_2}{b_2}\right) = \arctan\left(\frac{a_1b_2 + a_2b_1}{b_1b_2 - a_1a_2}\right)$$

gäller när vänsterledet tillhör intervallet $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$. Visa sedan att

$$\frac{\pi}{4} = 4 \arctan\left(\frac{1}{5}\right) - \arctan\left(\frac{1}{239}\right).$$

Lycka till!