

Matematiska institutionen vid Linköpings Universitet

Kursnamn: Matematisk grundkurs Utbildningskoder: 91MA13/92MA13

Modul: STN2 (dugga 2) 2025-11-10 kl 14.00-18.00

Examinator: Jonathan Nilsson

Endast skrivverktyg är tillåtna. Duggan har sju uppgifter där var och en är värd 3p. Maxpoäng är 21p. Gränsen för godkänt är 9p. För full poäng på en uppgift krävs en fullständig och välmotiverad lösning som går att följa. Skriv tydligt vad ditt svar är på varje uppgift, och svara på enklast möjliga form. Lösningar som är oläsliga eller inte går att följa eller som innehåller endast svar bedöms som noll poäng om inget annat anges. Börja varje uppgift på en ny sida och lämna in uppgifterna i nummerordning. Skriv inte med rödpenna. Ett lösningsförslag publiceras på kurshemsidan efter skrivtidens slut.

1. (a) Ange ett argument $\arg(z)$ för det komplexa talet $z = \frac{1+i}{1-i} + 1$.
(b) Skriv summan $\frac{4 \ln(3)}{2!} + \frac{8 \ln(4)}{3!} + \frac{16 \ln(5)}{4!} + \dots + \frac{1024 \ln(11)}{10!}$ med summatecken Σ .
Summan ska inte beräknas, endast omskrivningen krävs som svar.
(c) Ange koefficienten för x^7 i polynomet $(x+2)^{10}$.
2. Använd Eulers formler för att visa att:
(a) $\sin(\pi - x) = \sin(x)$.
(b) $\cos(3x) = 4 \cos^3(x) - 3 \cos(x)$.
3. Förenkla följande uttryck, svara på enklast möjliga form.
(a) $\arccos(\sin(\frac{5\pi}{7}))$.
(b) $\arctan(4) + \arctan(\frac{5}{3})$.
4. Lös ekvationen $\cos(x) - \sin(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ genom att först skriva om vänsterledet med hjälpvinkelmetoden.
5. Ange största möjliga (naturliga) definitionsmängd, och ange ett uttryck för inversen till funktionen
$$f(x) = \sqrt{\frac{8 - \ln(x^2)}{\ln(x) - 3}}.$$
6. (a) Hitta alla komplexa lösningar till ekvationen $e^z = 1 + i$.
(b) Hitta alla reella lösningar till ekvationen $e^{3x} - 2e^{2x} - 9e^x + 18 = 0$.
7. Formeln för sinus av femdubbla vinkeln

$$\sin(5x) = 16 \sin^5(x) - 20 \sin^3(x) + 5 \sin(x)$$

kan bevisas med Eulers formler som i uppgift 2 - detta ska inte göras här. Använd istället denna formel för att exakt beräkna $\sin(\frac{\pi}{5})$.

Lycka till!