

## Tentamen i Matematisk grundkurs 2022-01-07 kl 14-19

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar, förutom på uppgift 2. På denna uppgift ska *endast svar* ges. Svaren på samtliga uppgifter ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng<sup>1</sup> till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar mm finns på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Ange medelpunkt och radie för cirkeln  $x^2 + y^2 = y - 3x$ . (1 p)  
(b) Faktoriser  $p(z) = 5 + z + 3z^2 - 9z^3$  så långt som möjligt i komplexa faktorer. (2 p)
2. På denna uppgift ska *endast svar* ges. *Inga* lösningar ska lämnas in på uppgift 2.
  - (a) Lös ekvationen  $\sin 2x = \cos x$ . (1 p)
  - (b) Beräkna  $\cos\left(\arcsin \frac{1}{5}\right)$ . (1 p)
  - (c) Förenkla  $\arccos\left(\cos \frac{7\pi}{5}\right)$ . (1 p)
3. (a) Bestäm  $D_f$  om  $f(x) = \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{x}}}$ .  
Förenkla också  $f(x)$  samt bestäm (om möjligt) ett uttryck för  $f^{-1}$ . (2 p)  
(b) Förenkla uttrycket  $\frac{\ln \frac{x}{e} \cdot \ln \frac{1}{x}}{\ln x^2 - e^{\ln 2}} \cdot \frac{e^{x + \ln 3} + 3 \ln e^2}{e^x + e^{\ln 2}}$  så långt som möjligt. (1 p)
4. (a) Ange  $D_{\cos}$ ,  $V_{\cos}$ ,  $D_{\arccos}$  och  $V_{\arccos}$ . (1 p)  
(b) Finn alla komplexa lösningar till ekvationen  $(z - i)^{10} = -1$ . (2 p)
5. (a) Vilka  $x \in \mathbf{R}$  uppfyller sambandet  $\ln \frac{1}{x} + \frac{1}{\ln x} = 2$ ? (2 p)  
(b) För vilka reella  $x$  gäller det att  $(e^x)^2 + (e^2)^x = e^{x^2}$ ? (1 p)
6. Skriv  $v = \arctan \frac{1}{2} - \arccos\left(-\frac{4}{\sqrt{17}}\right)$  på en form som innehåller högst en arcustermin.
7. Förenkla  $\sum_{k=1}^n \cos^2 kx$  för  $n = 1, 2, 3, \dots$

---

<sup>1</sup>Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Godkänd dugga 2 ger 4 bonuspoäng