

## Tentamen i Matematisk grundkurs 2023-01-07 kl 8-13

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva/radianskiva utan formler får användas. Formelsamling, räknedosa och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar, förutom på uppgift 2 där *endast svar* ska ges. Alla svar ska förstås ges på enklast möjliga form.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng<sup>1</sup> till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar m m finns på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Lös olikheten  $\frac{x-1}{x-2} < \frac{x-3}{x-5}$ . (1 p)

(b) Beräkna  $\sum_{k=10}^{90} 7 \cdot 2^{-3k}$ . (1 p)

(c) Förenkla  $(\sqrt{3} - i)^{99}$ . (1 p)

2. På denna uppgift ska *endast svar* ges. *Inga* lösningar ska lämnas in på uppgift 2.

(a) Lös ekvationen  $\cos\left(3x - \frac{\pi}{5}\right) = \cos 7x$ . (1 p)

(b) Rita grafen till  $f(x) = 2 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$  med  $D_f = [\pi, 3\pi]$ . Gradera axlarna så att  $D_f$ ,  $V_f$  och  $f$ :s värden i  $D_f$ :s ändpunkter lätt kan avläsas i grafen. (1 p)

(c) Förenkla  $\sin\left(\arccos \frac{1}{3}\right)$ . (1 p)

3. Lös ekvationen  $4 \cos^2 3x \sin 2x = \sin 2x + \sin 8x$ .

4. Bestäm  $D_f$  och (om möjligt) ett uttryck för  $f^{-1}$  om  $f(x) = \sqrt{\ln \frac{x}{x+1}}$ .

5.  $z = -i$  är en lösning till  $p(z) = 4z^3 + 4z - z^4 - 10z^2 - 9 = 0$ .

Lös ekvationen samt faktorisera  $p(z)$  så långt som möjligt i reella faktorer.

6. (a) Bevisa att  $(e^x)^2 = e^{2x}$  för reella  $x$ .  
Räknelagar för ln får användas utan att du först bevisar dem. (1 p)

(b) Finn alla lösningar till ekvationen  $3 \tan 2x + \frac{2}{\tan x} + 3 = 0$ . (2 p)

7. Lös ekvationen  $x^2 + (4x^3 - 3x)^2 = 1$ .

---

<sup>1</sup>Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Godkänd dugga 2 ger 4 bonuspoäng.