

Matematiska institutionen vid Linköpings Universitet

Kursnamn: Matematisk grundkurs Utbildningskoder: 91MA13 och 92MA13

Modul: STN3 (tentamen) Den 2025-01-10 kl 08.00-13.00

Examinator: Jonathan Nilsson

Endast skrivverktyg är tillåtna. Tentan har sju uppgifter där var och en är värd 3p. Maxpoäng är 21p. Gränsen för G är 9p, gränsen för VG är 14p. De som redan klarat dugga 1 får 2 bonuspoäng, de som klarat dugga 2 får 4 bonuspoäng - dessa bonuspoäng kan dock endast användas för att nå betyget G. Skriv fullständiga och välmotiverade lösningar som går att följa. Skriv tydligt vad ditt svar är på varje uppgift, och svara på enklast möjliga form. Börja varje uppgift på en ny sida och lämna in uppgifterna i nummerordning. Skriv inte med rödpenna. Ett lösningsförslag publiceras på kurshemsidan efter skrivtidens slut.

- (a) Lös ekvationen $x = -1 + \sqrt{x+7}$.

(b) Lös olikheten $\frac{x+2}{x} \leq \frac{x+3}{x-1}$.
- Hitta alla reella lösningar till var och en av ekvationerna

(a) $5e^x = 3^{x+2}$

(b) $\ln(x+5) + \ln(x-1) = \ln(3x+1)$

(c) $e^{-x} + 4 = e^x$
- (a) Förenkla $\arcsin(\sin(\frac{20\pi}{7}))$.

(b) Lös ekvationen $\sqrt{3}\cos(x) + \sin(x) = \sqrt{2}$.
- (a) Beräkna summan $10 + 13 + 16 + 19 + \dots + 97 + 100$.

(b) Uttrycket $\cos^{12}(x)$ kan skrivas om som en summa cosinustermer av form $a \cos(bx)$ där a och b är reella tal. Ange koefficienten för $\cos(6x)$ i denna summa.
Tips: Använd Eulers formler och binomialsatsen.
- Låt $f(x) = \sqrt{\ln(\frac{x+1}{x-3})}$. Ange den naturliga definitionsmängden D_f för f . Ange också ett uttryck för inversen till f .
- Verifiera att $z = -i$ är ett nollställe till polynomet

$$p(z) = z^3 - (4-i)z^2 + 7z - 4 + 7i.$$

Använd detta för att ta fram alla nollställen till $p(z)$.

- Låt

$$g(x) = |x+2| + |x-1| - 1.$$

Ange antalet reella lösningar till ekvationen $g(x) = cx$ för varje värde på den reella konstanten c .

Lycka till!