

Tentamen i Matematisk grundkurs 2022-08-16 kl 14-19

Penna, radergummi, linjal, passare och gradskiva får användas. Formelsamlingar och andra hjälpmedel är ej tillåtna.

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar, förutom på uppgift 2. På denna uppgift ska *endast svar* ges. Svaren på samtliga uppgifter ska förstås ges på så enkel form som möjligt.

En tentand som fått färre än 9 skrivningspoäng får addera intjänade bonuspoäng¹ till sin skrivningspoäng så länge summan av bonuspoäng och skrivningspoäng inte överstiger 9.

För betyg 3, 4 och 5 räcker 9, 12 resp. 15 poäng.

Svar m m finns på kurshemsidan efter tentamens slut. Resultat meddelas via e-brev.

1. (a) Finn alla lösningar till ekvationen $|2x - 1| + |2 - x| = 4 - x$. (2 p)
- (b) Beräkna summan av vart fjärde heltal från och med 6 till och med 994. (1 p)
2. På denna uppgift ska *endast svar* ges. *Inga* lösningar ska lämnas in på uppgift 2.
 - (a) Lös ekvationen $\cos\left(2x + \frac{\pi}{5}\right) = \cos 3x$. (1 p)
 - (b) Rita grafen till $f(x) = 2\pi - \arccos(3x - 2)$. Gradera axlarna så att D_f och V_f lätt kan avläsas i grafen. (1 p)
 - (c) Förenkla $\arcsin\left(\sin \frac{3\pi}{5}\right)$. (1 p)
3. (a) Lös ekvationen $\ln(x^2) - 2\ln(x + 3) = 2\ln 2$. (2 p)
- (b) För vilka (om några) reella x gäller det att $\ln(1 - e^{2x}) = -7$? (1 p)
4. Lös ekvationen $4 \sin x \sin 2x \sin 4x = \sin 3x - \sin 7x$.
5. (a) För vilka reella x är $4^x \cdot 2^{x^2} = 8^{x^3}$? (2 p)
- (b) Visa att $e^{ix} \cdot e^{iy} = e^{i(x+y)}$ för reella x och y . Andra räknelagar för den komplexa exponentialfunktionen får förstås ej användas. (1 p)
6. Bestäm D_f och (om möjligt) ett uttryck för f^{-1} om $f(x) = \frac{1 - \ln(\arcsin x)}{1 + \ln(\arcsin x)}$.
7. Det komplexa polynomet $p(z) = z^3 + az^2 + bz + c$ har de komplexa nollställena z_0 , z_1 och z_2 . Ange ett tredjegradspolynom $q(z)$ som har nollställena z_0z_1 , z_0z_2 och z_1z_2 . Talen z_0 , z_1 och z_2 får *ej* förekomma i svaret.

¹Godkänd dugga 1 ger 2 bonuspoäng. Godkänd dugga 2 ger 4 bonuspoäng