

**Svar till tentamen Envariabelanalys 2,
91MA21/91MA27/92MA21, 140114.**

1. Allmänna lösningen till ekvationen blir

$$y = (Cx + D)e^{-x} + \frac{1}{27}(3x - 2)e^{2x} + 1.$$

2. Enligt skivformeln blir volymen

$$\int_0^2 \pi(xe^x + 1)^2 dx = \pi \left(\frac{5e^4}{4} + 2e^2 + \frac{15}{4} \right).$$

3. Lösningarna blir

$$y = 2x \sin \sqrt{x} + 2\sqrt{x} \cos \sqrt{x} - x\sqrt{x} \cos \sqrt{x} + C\sqrt{x}.$$

4. (a) Efter att ha förlängt med konjugatuttrycket och förenklat får vi att

$$\sqrt{k^3 + 1} - \sqrt{k^3 - 1} = \frac{1}{k^{3/2}} \cdot \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{1}{k^3}} + \sqrt{1 - \frac{1}{k^3}}},$$

så serien är *konvergent* enligt jämförelsekriteriet ($3/2 > 1$).

- (b) Termerna i serien kan förenklas till $\frac{(-1)^k}{k}$, så serien är *konvergent* enligt Leibniz kriterium.

- (c) Då $x \rightarrow 0$, går integranden mot 2 och funktionen är därför begränsad och kontinuerlig på intervallet $0 < x < 2$. Integralen är således *konvergent*.

5. (a) Se boken.

- (b) En ML-utveckling ger

$$\frac{\arctan x - \sin x}{x((1+x)^{1/3} - e^{x/3})} = \frac{x - \frac{x^3}{3} + \mathcal{O}(x^5) - x + \frac{x^3}{3!} + \mathcal{O}(x^5)}{x(1 + \frac{x}{3} - \frac{x^2}{9} + \mathcal{O}(x^3) - 1 - \frac{x}{3} - \frac{x^2}{18} + \mathcal{O}(x^3))} \rightarrow 1,$$

då $x \rightarrow 0$.

6. Serien är konvergent för $-16 < x < 16$.

7. Lösningen blir $y = \frac{x^2}{2} + Cx\sqrt{x}$.