

**Svar till tentamen Envariabelanalys 2,
91MA21/91MA27/92MA21, 140822.**

1. Lösningen som uppfyller begynnelsevärdena är $y = (-2x^2 - 1)e^{-3x} + 3e^{-x}$.
2. För varje x sådant att $0 \leq x \leq 1$, roterar vi en smal rektangel mellan kurvorna runt x -axeln för att bilda en ring. Volymen ges sedan av en tillämpning av skivformeln:

$$\int_0^1 \pi(2 - x^2)^2 dx - \int_0^1 \pi \sin^2 \frac{\pi x}{2} dx = \frac{71}{30}.$$

3. Allmänna lösningen blir $y = (1 + \sqrt{x})(2\sqrt{x} - 2 \ln(1 + \sqrt{x}) + C)$.
4. Maclaurinutveckling ger gränsvärdet $1/2$.
5. (a) Konvergent enligt Leibniz' kriterium.
(b) Konvergent enligt, till exempel, kvotkriteriet.
(c) Serien kan jämföras med $\sum 1/k$, och är därför divergent.
6. Potensserien är konvergent då $-6 \leq x < 6$.
7. Med $y = f(x)$, blir $y' = g(x)$, och $y'' = f(x) = y$, så f och g ges av lösningen till differentialekvationen $y'' - y = 0$. Man får med de givna begynnelsevärdena att
$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} (= \cosh x), \text{ och } g(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} (= \sinh x).$$