LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Jesper Thorén

Svar till tentamen Envariabelanalys 2,
91MA21/91MA27/92MA21/92MA27, 150603.

1. Lösningen till den homogena differentialekvationen blir $y = Ce^{2x} + De^{-x}$, och en partikulärlösning är $y = (-x-2)\, e^x$. Lösningen som uppfyller begynnelsevärdena fås sedan till $y = \frac{7}{3}\, e^{2x} - \frac{1}{3}\, e^{-x} - (x+2)e^x$.

2. (a) *Divergent* eftersom $\sin\frac{1}{k} = \frac{1}{k} + \mathcal{O}(\frac{1}{k^3})$.

   (b) *Konvergent* eftersom $\ln(k^2+1) - 2\ln k = \ln(1+\frac{1}{k^2}) = \frac{1}{k^2} + \mathcal{O}(\frac{1}{k^4})$.

   (c) *Konvergent* eftersom
$$\frac{1}{3^k - 2^k} = \frac{1}{3^k} \cdot \frac{1}{1 - (\frac{2}{3})^k}$$
   (jämför med geometrisk serie).

3. För varje x sådant att $0 \le x \le \pi/2$, roterar vi en smal rektangel mellan kurvan och x-axeln runt x-axeln för att bilda en kropp. Volymen beräknas sedan med hjälp av skivformeln.
$$\int_0^{\pi/2} \pi \cdot (\sin x + 2\cos x)^2 \; dx = \pi(\frac{5\pi}{4} + 2).$$

4. En Maclaurinutveckling visar att
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x^2 - (\arctan x)^2}{\cos 2x - e^{-2x^2}} = -\frac{1}{2}.$$
   (a) $-1 \le x \le 1$.

   (b) $-2 < x < 2$. Obs att termerna inte går mot noll då $x = \pm 2$.

   (c) Endast då $x = 0$.

5. Lösningen som uppfyller bivillkopret är $y = x^2 \ln\frac{x+1}{x}$, $x > 0$.

6. Om $b < 0$ konvergerar serien för alla a. Om $b = 0$ konvergerar den endast då $a < -1$.