LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Jesper Thorén

**Svar till tentamen Envariabelanalys 2,
91MA21/91MA27/92MA21/92MA27, 160105.**

1. Volymen beräknas med hjälp av skivformeln. Man får

$$\int_0^{\pi/2} \pi \cdot x^2 \sin^2 x \, dx = \pi \int_0^{\pi/2} \frac{x^2}{2} (1 - \cos 2x) \, dx = \pi^2 \left(\frac{1}{8} + \frac{\pi}{46} \right).$$

2. Lösningen till den homogena differentialekvationen blir $y = Ce^{-x} + De^{-3x}$, och en partikulärlösning är $y = \left(\frac{3x}{4} - \frac{x^2}{4} \right) e^{-3x}$. Den sökta lösningen blir efter användning av begynnelsevärdena till slut

$$y = \frac{e^{-x}}{8} + \left(\frac{3x}{4} - \frac{x^2}{4} - \frac{1}{8} \right) e^{-3x}.$$

3. (a) *Divergent* enligt jämförelse med $1/k$.
   (b) *Konvergent* enligt kvotkriteriet.
   (c) *Konvergent* eftersom $1 - \cos \frac{1}{k} = \frac{1}{2k^2} + \mathcal{O}(\frac{1}{k^4})$ jämförs med $1/k^2$.

4. En Maclaurinutveckling visar att gränsvärdet är $1/2$.

5. (a) Nära 0 är $f(x) = 2x^2 + 2x^4 + \frac{4}{3}x^6 + \mathcal{O}(x^8)$.
   (b) Gränsvärdet blir 2.
   (c) Koefficienten framför x^6 i en Maclaurinutveckling är $\frac{f^{(6)}(0)}{6!}$, så i detta fallet ser vi att $\frac{f^{(6)}(0)}{6!} = \frac{4}{3}$, vilket ger $f^{(6)}(0) = 960$.

6. (a) Konvergent för $-3 \leq x < 3$.
   (b) Konvergent för alla reella tal x
   (c) Konvergent för $-\sqrt{6} \leq x < \sqrt{6}$.

7. Differentialekvationen har den allmänna lösningen

$$y(x) = e^x \sqrt{1+x} + \frac{C}{\sqrt{1+x}},$$

med Maclaurinutveckling

$$y(x) = 1 + C + \left(\frac{3}{2} - \frac{C}{2} \right) x + \left(\frac{7}{8} + \frac{3C}{8} \right) x^2 + \mathcal{O}(x^3),$$

vilket ger att C måste vara 3 för att $f'(0) = 0$. Detta ger sedan ett lokialt minimum eftersom koefficienten framför x^2-termen, och därmed $f''(0)$, blir positiv.