

Tentamen Envariabelanalys 1, 120502, kl 8-13.

Inga hjälpmedel tillåtna. Skriv din anonyma kod på varje ark som lämnas in. Skriv bara på ena sidan och bara en uppgift på varje ark. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. 8 poäng med minst tre uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Godkänd. 16 poäng med minst fem uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Väl Godkänd. Alla lösningar ska vara fullständiga och välmotiverade.

1. Beräkna följande gränsvärden.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\ln(1+2x)} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - x^2 + 2x - 2}{\ln x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(3^x + x^7 + \ln 9^x)^2}{\sqrt{x^{100} + 4x^2 81^x}}$$

2. Bestäm följande primitiva funktioner.

$$(a) \int \arctan \sqrt{x} \, dx, \quad (b) \int \frac{x}{\sqrt{1+2x}} \, dx, \quad (c) \int \frac{1+x}{x(1+x^2)} \, dx$$

3. Undersök om kurvan

$$y = \frac{\sqrt{4x^4 + x^3 + 1} - x^2}{x}$$

har en sned asymptot då $x \rightarrow \infty$, och ange den isåfall.

4. Rita grafen till funktionen

$$f(x) = x^2 e^{-3x^2 + 4x}.$$

Ange alla lokala maxima och minima samt lodräta och vågräta asymptoter om de finns.

5. Beräkna värdet av den generaliserade integralen

$$\int_0^\infty \frac{5x+4}{(2x+1)(x+1)(x+2)} \, dx.$$

6. Visa att

$$\int_0^x e^{t^2} \, dt \geq x + \frac{x^3}{3},$$

för alla $x \geq 0$.

7. Kurvorna $y = 3x^2$ och $y = 4x^3$ har förutom x -axeln ytterligare en gemensam tangentlinje. Bestäm ekvationen för denna tangentlinje.