LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Jesper Thorén

Kurskod: 91MA21
Provkod: STN1

Tentamen Envariabelanalys 1, 130504, kl 8-13.

Inga hjälpmedel tillåtna. Skriv din anonyma kod på varje ark som lämnas in. Skriv bara på ena sidan och bara en uppgift på varje ark. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. 8 poäng med minst tre uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Godkänd. 14 poäng med minst fem uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Väl Godkänd. Alla lösningar ska vara fullständiga och välmotiverade.

1. Beräkna följande gränsvärden.

$$(a)\quad \lim_{x\to\infty} \frac{x^3+3e^{-x}x^2+4x}{2e^{-3x}\ln x - 4x^3}, \qquad (b)\quad \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1-x^2)}{x}, \qquad (c)\quad \lim_{x\to 0} \frac{\sin(\ln(1+3x))}{x}.$$

2. Bestäm följande primitiva funktioner.

$$(a)\quad \int e^{2\sqrt{x}}\,dx, \qquad (b)\quad \int \frac{x}{x^2+3x+2}\,dx, \qquad (c)\quad \int \ln(x^2+x)\,dx.$$

3. Beräkna integralen

$$\int_0^2 x\sqrt{1+|x-1|}\,dx.$$

4. Rita grafen till funktionen

$$f(x) = \frac{x^3-5x}{x^2+3}.$$

   Ange alla lokala maxima och minima samt asymptoter om de finns.

5. Beräkna värdet av den generaliserade integralen

$$\int_1^\infty \frac{\sqrt{x-1}}{x^2+2x}\,dx.$$

6. Bestäm antalet rötter till ekvationen

$$\frac{2x}{1+x} = \ln(1+x),$$

   för $x > -1$.

7. Ange talet $a > 0$ så att triangeln som bildas av linjen $x = a$, x-axeln och normallinjen till kurvan

$$y = f(x) = \frac{2}{e^x+e^{-x}}$$

   i punkten $(a, f(a))$, får största möjliga area.