LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Jesper Thorén

Kurskod: 91MA21
Provkod: STN1

Tentamen Envariabelanalys 1, 130812, kl 8-13.

Inga hjälpmedel tillåtna. Skriv din anonyma kod på varje ark som lämnas in. Skriv bara på ena sidan och bara en uppgift på varje ark. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. 8 poäng med minst tre uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Godkänd. 14 poäng med minst fem uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Väl Godkänd. Alla lösningar ska vara fullständiga och välmotiverade.

1. Bestäm följande primitiva funktioner.

$$(a)\quad \int 2e^{\sqrt{x}}\,dx, \qquad (b)\quad \int \sin^3 x\,dx, \qquad (c)\quad \int \frac{\arctan(\ln x)}{x}\,dx.$$

2. Beräkna följande gränsvärden.

$$(a)\quad \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+3x^2)}{\sin^2 x}, \qquad (b)\quad \lim_{x\to 1}\frac{x^3+x^2+x-3}{x^3-1}, \qquad (c)\quad \lim_{x\to 0}\frac{e^{x+x^2}-1}{\arctan 2x}.$$

3. Beräkna integralen

$$\int_0^{\pi/2} \left|1-4\sin^2 x\right|\,dx.$$

4. Rita grafen till funktionen

$$f(x)=\frac{(x-1)^2}{x-2}.$$

   Ange alla lokala maxima och minima samt asymptoter om de finns.

5. Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_1^{\infty} \frac{7}{(2+x)(3+x^2)}\,dx.$$

6. Bestäm antalet reella lösningar x till ekvationen

$$x^2-2|x|+4=ax,$$

   för varje val av den reella konstanten a.

7. (a) Antag att funktionen f är definierad i en omgivning av a. Ange definitionen av derivatan $f'(a)$.

   (b) Visa att

$$\sin x+\tan x\ge 2x,$$

   för alla $0\le x<\dfrac{\pi}{2}$.