

Tentamen Envariabelanalys 2, 130823, kl 8-13.

Inga hjälpmedel tillåtna. Skriv din anonyma kod på varje ark som lämnas in. Skriv bara på ena sidan och bara en uppgift på varje ark. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. 8 poäng med minst tre uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Godkänd. 14 poäng med minst fem uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Väl Godkänd. Alla lösningar ska vara fullständiga och välmotiverade.

1. Bestäm alla lösningar till differentialekvationen $y'' + 2y' - 3y = x + e^{2x}$, som uppfyller begynnelsevillkoren $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
2. Beräkna volymen av den kropp som uppkommer då området mellan kurvan $y = \sin x + 2 \cos x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, och x -axeln roteras kring x -axeln.

3. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\ln(1+x)} - \frac{\sqrt{1+x}}{e^x - 1} \right).$$

4. Avgör om följande serier är konvergenta.

$$(a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{k-1}}{k+1}, \quad (b) \sum_{k=1}^{\infty} (1 - \cos \frac{1}{\sqrt{k}})^2, \quad (c) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k (1 - \cos \frac{1}{\sqrt{k}}).$$

5. För vilka reella tal x är potensserien

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+2^k}{3^k} x^k$$

konvergent?

6. Bestäm alla lösningar till differentialekvationen $xy' = y \ln y$.
7. Ange Maclaurinpolynomet $p(x)$ av grad två till $f(x) = \tan x$, och visa därefter att

$$|f(x) - p(x)| \leq 3x^3,$$

för alla $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$.