

Tentamen Envariabelanalys 2, 140114, kl 14-19.

Inga hjälpmedel tillåtna. Skriv din anonyma kod på varje ark som lämnas in. Skriv bara på ena sidan och bara en uppgift på varje ark. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. 8 poäng med minst tre uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Godkänd. 14 poäng med minst fem uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Väl Godkänd. Alla lösningar ska vara fullständiga och välmotiverade.

1. Finn samtliga lösningar till differentialekvationen $y'' + 2y' + y = xe^{2x} + 1$.
2. Beräkna volymen av den kropp som uppkommer då området mellan kurvan $y = xe^x + 1$, $0 \leq x \leq 2$, och x -axeln roteras kring x -axeln.
3. Bestäm alla lösningar till $2xy' - y = x^2 \sin \sqrt{x}$, för $x > 0$.
4. Avgör om följande serier är konvergenta.

$$(a) \sum_{k=1}^{\infty} (\sqrt{k^3 + 1} - \sqrt{k^3 - 1}), \quad (b) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{\sqrt{k} + k}{k\sqrt{k} + k^2}, \quad (c) \int_0^1 \frac{\sin 4x}{\ln(1 + 2x)} dx.$$

5. (a) Skriv upp Maclaurins formel med Lagranges restterm av ordning 4 för funktionen f . (1p)
(b) Beräkna gränsvärdet (2p)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - \sin x}{x((1+x)^{1/3} - e^{x/3})}.$$

6. För vilka reella tal x är potensserien

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{4^{2k}} x^k$$

konvergent?

7. Bestäm alla lösningar till differentialekvationen $2xy'' - y' = x$, för $x > 0$, sådana att $y \rightarrow 0$ och $y' \rightarrow 0$ då $x \rightarrow 0^+$.