

Tentamen Envariabelanalys 2, 140605, kl 14-19.

Inga hjälpmedel tillåtna. Skriv din anonyma kod på varje ark som lämnas in. Skriv bara på ena sidan och bara en uppgift på varje ark. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. 8 poäng med minst tre uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Godkänd. 14 poäng med minst fem uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Väl Godkänd. Alla lösningar ska vara fullständiga och välmotiverade.

1. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y'' + 4y' + 3y = (4x - 2)e^{-2x}$, som uppfyller begynnelsevillkoren $y(0) = 2$ och $y'(0) = 0$.
2. Beräkna volymen av den kropp som bildas då området mellan kurvorna $y = e^{x/2}$, och $y = 1 - x^2$, $0 \leq x \leq 1$, roteras kring linjen $x = 1$.
3. Avgör om följande serier är konvergenta.

$$(a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2k + 7\sqrt{k}}, \quad (b) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3}{3^k}, \quad (c) \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k (\ln(k^3 + 3) - 3 \ln k).$$

4. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' - \frac{y}{x} = \frac{2}{x^2 - 1}$, med $x > 1$, för vilken $y(2) = 0$.
5. (a) Ange Maclaurinpolynomet av grad 6 för funktionen $f(x) = \sin 2x^2 - x$. (1p)
(b) Bestäm konstanten a så att gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + a \sin x - \sqrt{1 + x}}{e^{3x} - 1 - 3x},$$

existerar ändligt, och beräkna gränsvärdet med detta a . (2p)

6. För vilka reella tal x är potensserien

$$\sum_{k=1}^{\infty} \left(1 - \cos \frac{1}{\sqrt{k}}\right)^2 x^k$$

konvergent?

7. Ange den lösning till differentialekvationen

$$y'' - 2y' + y = (8x^3 - 4x^2 + 10x - 1)e^{x^2},$$

som uppfyller $y(0) = 2$ och $y'(0) = 5$.