

Tentamen Envariabelanalys 1, 140815, kl 14-19.

Inga hjälpmedel tillåtna. Skriv din anonyma kod på varje ark som lämnas in. Skriv bara på ena sidan och bara en uppgift på varje ark. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. 8 poäng med minst tre uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Godkänd. 14 poäng med minst fem uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Väl Godkänd. Alla lösningar ska vara fullständiga och välmotiverade. Svar ska anges tydligt och vara förenklade så långt som möjligt.

1. Beräkna följande primitiva funktioner.

$$(a) \int \frac{2x-1}{x^3+x} dx, \quad (b) \int x^2 \sin 2x dx, \quad (c) \int \frac{x}{x^4+1} dx.$$

2. Beräkna följande gränsvärden.

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4x} - 1}{\ln(1+2x)}, \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^{10} - \ln(x^8) + 2^x}{\sqrt{4^{x+1}} - x^9}, \quad (c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}.$$

3. Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{(x-1)e^x}{x^2-2}$. Ange alla lokala maxima och minima samt asymptoter om de finns.

4. Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_1^\infty \frac{x+1}{x^4+4x^2} dx.$$

5. Bestäm alla asymptoter (lodräta, vågräta eller sneda) till kurvan

$$y = \frac{x^2+5}{|x+1|-1}.$$

6. Antag att funktionen f är kontinuerlig på intervallet $[a, b]$.

- (a) Formulera analysens huvudsats om sambandet mellan derivator och integraler. (1p)

- (b) Använd huvudsatsen för att bevisa insättningsformeln

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a),$$

där F är en primitiv funktion till f . (2p)

7. Bestäm antalet olika reella lösningar x till ekvationen $x^2 - 2|x| + 4 = kx$, för varje reellt värde på k .