

Tentamen Envariabelanalys 1, 150422, kl 8-13.

Inga hjälpmedel tillåtna. Skriv din anonyma kod på varje ark som lämnas in. Skriv bara på ena sidan och bara en uppgift på varje ark. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. 8 poäng med minst tre uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Godkänd. 14 poäng med minst fem uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Väl Godkänd. Alla lösningar ska vara fullständiga och välmotiverade. Svar ska anges tydligt och vara förenklade så långt som möjligt.

1. Beräkna följande gränsvärden.

$$(a) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{x^2 - x}, \quad (b) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2-2x} - 1}{x}, \quad (c) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan 4x - \sin 2x}{\ln(1 + 3x)}.$$

2. Bestäm följande primitiva funktioner.

$$(a) \quad \int \sin \sqrt{x} \, dx, \quad (b) \quad \int \frac{x+3}{x^2-x-6} \, dx, \quad (c) \quad \int \ln(1+x^2) \, dx.$$

3. Rita grafen till funktionen $f(x) = (2x-3)e^{-x^2+2x}$. Ange alla lokala maxima och minima samt asymptoter om de finns.

4. Beräkna integralen

$$\int_0^1 \frac{4x^2}{(x+1)(x^2+3)} \, dx.$$

5. För vilka värden på den reella konstanten a saknar ekvationen

$$3x^2 - 4x - 2 \ln |x| = a,$$

reella lösningar?

6. Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_1^\infty \frac{\ln(1+x^2)}{x^4} \, dx.$$

7. (a) Ange definitionen för att funktionen f är deriverar i punkten 0. (1p)

- (b) Låt $f(x) = 2x + x^2 \cos \frac{1}{x}$, då $x \neq 0$, och $f(0) = 0$. Ange $f'(0)$ och $f''(0)$, om de finns. (2p)