

Tentamen Envariabelanalys 2, 150603, kl 14-19.

Inga hjälpmedel tillåtna. Skriv din anonyma kod på varje ark som lämnas in. Skriv bara på ena sidan och bara en uppgift på varje ark. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. 8 poäng med minst tre uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Godkänd. 14 poäng med minst fem uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Väl Godkänd. Alla lösningar ska vara fullständiga och välmotiverade.

1. Finn den lösning till differentialekvationen $y'' - y' - 2y = (2x + 3)e^x$, som uppfyller begynnelsevillkoren $y(0) = 0$ och $y'(0) = 2$.
2. Avgör om följande serier är konvergenta eller divergenta.

$$(a) \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{1}{k}, \quad (b) \sum_{k=1}^{\infty} (\ln(k^2 + 1) - 2 \ln k), \quad (c) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{3^k - 2^k}.$$

3. Beräkna volymen av den kropp som bildas då området mellan kurvan $y = \sin x + 2 \cos x$, $0 \leq x \leq \pi/2$, och x -axeln roteras ett varv kring x -axeln.
4. Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2 - (\arctan x)^2}{\cos 2x - e^{-2x^2}}.$$

5. För vilka reella tal x konvergerar potensserierna

$$(a) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k^2}, \quad (b) \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{2^k + k^2}, \quad (c) \sum_{k=1}^{\infty} k! x^k?$$

6. Bestäm den lösning till differentialekvationen

$$xy' - 2y = -\frac{x^2}{x+1}, \quad x > 0,$$

för vilken $\frac{y}{x} \rightarrow 1$ då $x \rightarrow \infty$.

7. För vilka reella tal a och b konvergerar serien

$$\sum_{k=1}^{\infty} k^a e^{kb}?$$