

Tentamen Envariabelanalys 2, 150827, kl 8-13.

Inga hjälpmedel tillåtna. Skriv din anonyma kod på varje ark som lämnas in. Skriv bara på ena sidan och bara en uppgift på varje ark. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. 8 poäng med minst tre uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Godkänd. 14 poäng med minst fem uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Väl Godkänd. Alla lösningar ska vara fullständiga och välmotiverade.

1. Beräkna volymen av den kropp som bildas då området mellan kurvan

$$y = \frac{1}{\sqrt{x^4 - x^2}}, \text{ då } 2 \leq x \leq 4, \text{ och } x\text{-axeln roteras kring } x\text{-axeln.}$$

2. Bestäm den allmänna lösningen till differentialekvationen $y'' - 3y' + 2y = xe^{3x}$.

3. Avgör om följande serier är konvergenta.

$$(a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \ln\left(1 + \frac{3}{n}\right), \quad (b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1 + \frac{3}{n^2}\right).$$

- (c) Beräkna

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{4^n}.$$

4. Bestäm den lösning till differentialekvationen $y' + (4x^3 + 2x)y = 2x^3 + x$, för vilken $y(0) = 5/2$.

5. Avgör om funktionen $f(x) = \sin(x^3 + x^5) - \ln(1 + x^3) - x^5$ har ett lokalt extremvärde i $x = 0$.

6. Bestäm ett närmevärde till integralen

$$\int_0^1 \sin \sqrt{x} \, dx,$$

sådant att felet är mindre än $5 \cdot 10^{-3}$.

7. För vilka reella tal a konvergerar den generaliserade integralen

$$\int_e^{\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^a}?$$