LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska institutionen
Jesper Thorén

Kurskod: 92MA21
Provkod: STN1

Tentamen Envariabelanalys 1, 160113, kl 8-13.

Inga hjälpmedel tillåtna. Skriv din anonyma kod på varje ark som lämnas in. Skriv bara på ena sidan och bara en uppgift på varje ark. Varje uppgift ger maximalt 3 poäng. 8 poäng med minst tre uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Godkänd. 14 poäng med minst fem uppgifter med minst två poäng vardera ger betyget Väl Godkänd. Alla lösningar ska vara fullständiga och välmotiverade. Svar ska anges tydligt och vara förenklade så långt som möjligt.

1. Rita grafen för funktionen $f(x) = \ln|1+2x| - 2\arctan x$. Ange alla eventuella lodräta och vågräta asymptoter samt lokala extrempunkter.

2. Beräkna följande gränsvärden.

$$\text{(a)} \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1-x)}{\tan 2x}, \quad \text{(b)} \lim_{x\to 2} \frac{x^3-3x^2+4}{x^2-4}, \quad \text{(c)} \lim_{x\to\infty} \left(\frac{1}{2}\ln(2x^2+2) - \frac{1}{3}\ln(3x^3+3)\right).$$

3. Bestäm följande primitiva funktioner.

$$\text{(a)} \quad \int \frac{dx}{x+2\sqrt{x}}, \qquad \text{(b)} \quad \int \frac{x+2}{x^2+5x+4}\,dx, \qquad \text{(c)} \quad \int \arcsin x\,dx.$$

4. Beräkna den generaliserade integralen

$$\int_1^\infty \frac{x-1}{x^3+2x}\,dx,$$

eller visa att den är divergent.

5. (a) Definiera vad som menas med att en funktion är deriverbar i 0.
   (b) Bestäm $f(0)$ så att funktionen f blir kontinuerlig i 0, där f ges av
   $$f(x) = \frac{\sqrt{1+x}-1}{x},$$
   då $x \neq 0$.
   (c) Låt f vara den kontinuerliga funktionen som behandlades i (b)-uppgiften. Är f deriverbar i 0? Vad är i så fall $f'(0)$?

6. Finns det ett största värde som arean hos en rätvinklig triangel med omkretsen 2 längdenheter kan anta? Bestäm i så fall det värdet.

7. Undersök gränsvärdet

$$\lim_{x\to\infty} \left(2-\sqrt[n]{2}\right)^n.$$