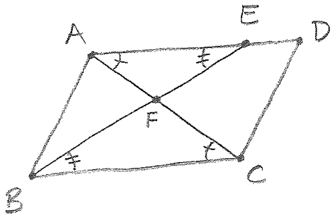
Lösningar, 91MA12 etc, 2020-01-07

1.



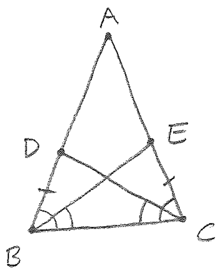
$AE/ED = 3$, så $AE/AD = 3/4$.

Alt.v.s. ger att $\angle EAC = \angle BCA$ och att $\angle AEB = \angle CBE$, så $\Delta AEF \sim \Delta CBF$ (VV).

Detta ger att $\frac{AF}{CF} = \frac{AE}{CB} = \frac{AE}{AD} = \frac{3}{4}$ ($CB = AD$ ty motstående sidor i parallellogram). Nu fås $AF/AC = AF/(AF+FC) = (3/4)/(3/4+1) = 3/7$.

Svar: $3/7$.

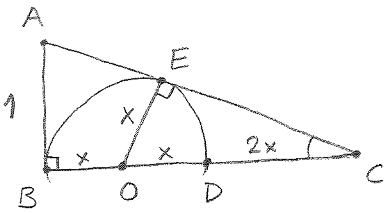
2.



Givet: $AB = AC$ och $BD = CE$.

Basvinkelsatsen ger att $\angle ABC = \angle ACB$, så $\Delta DBC \cong \Delta ECB$ (SVS), vilket ger att $\angle BCD = \angle CBE$, vilket skulle visas.

3.



Låt $BC = 4x$, så att cirkelns radie blir x. Radien till tangeringspunkten E på AC är vinkelrät mot AC (tangent $\perp$ radie).

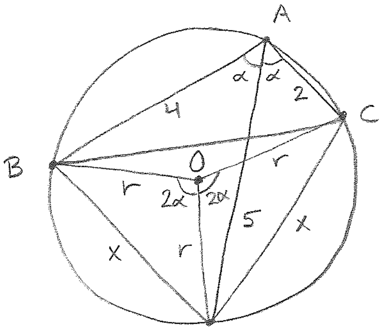
Pythagoras sats ger att $AC = \sqrt{BC^2 + 1^2}$.

Eftersom $\Delta OEC \sim \Delta ABC$ (VV) fås $\frac{AC}{1} = \frac{3x}{x}$,

så $\sqrt{BC^2+1} = 3$, $BC^2 = 8$.

Svar: $\sqrt{8}$ cm.

4.



Beteckningar enligt figur.

Periferivinkelsatsen ger att vinklarna vid O är 2α.

Cosinussatsen ger att

$$x^2 = r^2 + r^2 - 2rr\cos 2\alpha = 2r^2(1-\cos 2\alpha) =$$
$$= 2r^2(1-(1-2\sin^2\alpha)) = 4r^2\sin^2\alpha.$$

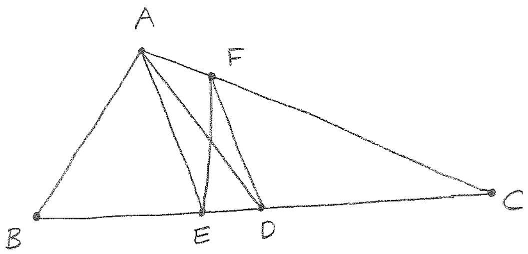
Cos.s. igen: $x^2 = 4^2+5^2-2\cdot 4\cdot 5\cos\alpha$, och $x^2 = 2^2+5^2-2\cdot 2\cdot 5\cos\alpha$, så $2(4-2)\cdot 5\cos\alpha = 4^2-2^2$, $\cos\alpha = \frac{12}{4\cdot 5} = \frac{3}{5}$, vilket ger $\sin^2\alpha = 1-\cos^2\alpha = \frac{16}{25}$, och $x^2 = 4+25-4\cdot 5\cdot\frac{3}{5} = 17$.

Nu fås $4r^2\cdot\frac{16}{25} = 17$, vilket ger:

Svar: $\frac{5\sqrt{17}}{8}$ cm.

5. Se kompendiet.

6.



$BD = DC$ och $EA \parallel DF$ givet.

Dra AD och EF.

$|\square ABEF| =$ (arean av ...)

$= |\triangle ABE| + |\triangle AEF| = |\triangle ABE| + |\triangle AED| =$

(ty $\triangle AEF$ och $\triangle AED$ har basen AE och lika stora höjder, eftersom $AE \parallel DF$)

$= |\triangle ABD| = |\triangle ABC|/2$ (ty $BD = BC/2$).

Men $|\triangle FEC| = |\triangle ABC| - |\square ABEF| = |\triangle ABC|/2$, så

$|\square ABEF| = |\triangle FEC|$, vilket skulle visas.