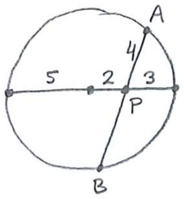
Lösningar, 91/92MA12, 2024-06-07

1.

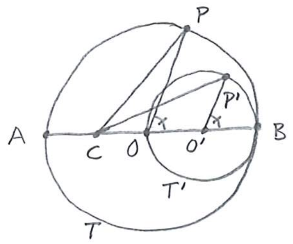


Kordasatsen ger: $4 \cdot PB = 3 \cdot (2+5)$, $PB = \frac{21}{4}$.

Så $AB = PA + PB = 4 + \frac{21}{4} = \frac{37}{4}$.

Svar: $\frac{37}{4}$ cm.

2.



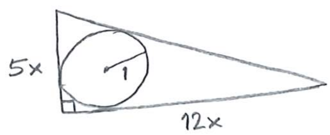
$\angle POC = 180° - \angle POB = 180° - \angle P'O'B = \angle CO'P'$.

Vi har $\Delta POC \cong \Delta CO'P'$ (SVS), ty

$PO = AB/2 = CO'$, $\angle POC = \angle CO'P'$, och

$OC = AB/4 = O'P'$, vilket ger att $PC = CP'$.

3.



Hypotenusan $= \sqrt{(5x)^2 + (12x)^2} = \sqrt{169x^2} = 13x$.

Inskrivna cirkelns radie $r = 1$ cm,

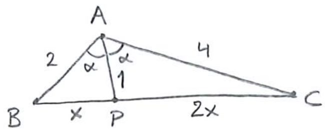
arean $T = \frac{5x \cdot 12x}{2} = 30x^2$, och halva

omkretsen $p = \frac{5x + 12x + 13x}{2} = 15x$. Eftersom $r = \frac{T}{p}$ fås

$1 = \frac{30x^2}{15x}$, $x = \frac{1}{2}$, så omkretsen är $30x = 15$ cm.

Svar: 15 cm.

4.



Bisektrissatsen ger att $\frac{PB}{PC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$,

så med $PB = x$ är $PC = 2x$.

Cosinussatsen i ΔBAP: $x^2 = 2^2 + 1^2 - 2 \cdot 2 \cdot 1 \cos\alpha$ (1)

——— " ——— ΔCAP: $4x^2 = 4^2 + 1^2 - 2 \cdot 4 \cdot 1 \cos\alpha$ (2)

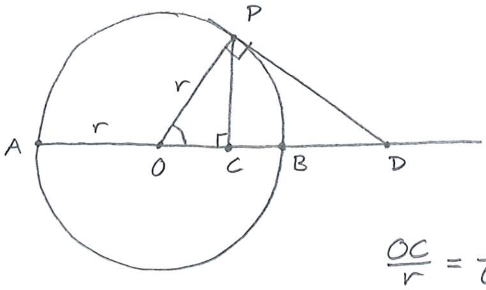
(2) − 2·(1) ger: $2x^2 = 16 - 8 + 1 - 2 - \cancel{8\cos\alpha} + \cancel{8\cos\alpha} = 7$, $x = \sqrt{7/2}$.

$BC = 3x$ så:

Svar: $3\sqrt{7/2}$ cm.

5. Se kompendiet.

6.



Kalla cirkelns radie r och dra radien OP, som är vinkelrät mot tangenten vid P.

$\Delta OCP \sim \Delta OPD$ (VV), vilket ger att $\frac{OC}{r} = \frac{r}{OD}$, så $r^2 = OC \cdot OD$. Nu fås:

$$\underline{\underline{\frac{AC}{BC}}} = \frac{r+OC}{r-OC} = \frac{r^2 + r\cdot OC}{r^2 - r\cdot OC} = \frac{OC\cdot OD + r\cdot OC}{OC\cdot OD - r\cdot OC} = \frac{OD+r}{OD-r} = \underline{\underline{\frac{AD}{BD}}}.$$