

## Tentamen i Matematik: Geometri

2019-09-11 kl 8.00–13.00

Tillåtna hjälpmedel: enbart ritverktyg som passare, linjal och gradskiva. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och ordentligt skrivna.

Varje uppgift ger högst 3 poäng, och en uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg G räcker 8 poäng och tre godkända uppgifter, och för betyg VG räcker 13 poäng och fem godkända uppgifter.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Låt  $AB$  vara en korda med längd 5 cm i en cirkel med radie 4 cm och låt  $P$  vara den punkt på kordan vars avstånd till  $A$  är 2 cm. Bestäm avståndet mellan  $P$  och cirkelns medelpunkt.
2. Medurs på en cirkel med medelpunkt  $O$  ligger tre punkter  $A$ ,  $B$  och  $C$  på så sätt att  $\angle AOB = \angle BOC < 90^\circ$ . Visa att  $AB$  är bisektris till vinkeln som bildas av  $AC$  och cirkelns tangent genom  $A$ .
3. I triangeln  $ABC$  är sidorna  $AB$  och  $AC$  3 cm långa och  $\angle BDC = 60^\circ$ , där  $D$  är den punkt på sidan  $AC$  som ligger 1 cm från  $C$ . Bestäm längden av sidan  $BC$ .
4. Triangeln  $ABC$  är rätvinklig vid  $B$  och kateten  $AB$  har längden 1 cm. Låt  $D$  vara den punkt där triangelns höjd från  $B$  skär  $AC$ , och låt  $E$  vara den punkt på  $BC$  sådan att  $AB$  och  $DE$  är parallella. Hur lång är kateten  $BC$  om arean av triangeln  $DEC$  är en tredjedel av arean av triangeln  $ABC$ ?
5. Bevisa SVS-kriteriet för likformighet, dvs visa att trianglar med två sidor proportionella och mellanliggande vinklar lika är likformiga.
6. Låt  $O$  vara den omskrivna cirkelns medelpunkt och  $G$  medianernas skärningspunkt för en triangel  $ABC$ . Låt vidare  $H$  vara den punkt där linjen genom  $O$  och  $G$  skär triangelns höjd från  $A$ . Visa att sträckan  $OG$  är hälften så lång som sträckan  $GH$ .

**Lycka till!**