

## Tentamen i Matematik: Geometri

2021-01-04 kl 8.00–13.00

Tillåtna hjälpmedel: enbart ritverktyg som passare, linjal och gradskiva. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och ordentligt skrivna.

Varje uppgift ger högst 3 poäng, och en uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg G räcker 8 poäng och tre godkända uppgifter, och för betyg VG räcker 13 poäng och fem godkända uppgifter.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Från en punkt  $P$  utanför en cirkel dras en sekant som skär cirkeln i två punkter  $A$  och  $B$ . Bestäm cirkelns radie om  $PA = 4$  cm,  $PB = 7$  cm och avståndet från  $P$  till cirkelns medelpunkt är 6 cm.
2. Låt  $AB$  och  $CD$  vara två sträckor som skär varandra och antag att  $AC = AD$  och  $BC = BD$ . Visa att  $AB$  går genom mittpunkten på  $CD$ .
3. Triangeln  $ABC$  är rätvinklig vid  $B$  och kateten  $BC$  är 5 cm lång. Låt  $D$  vara den punkt där bisektrisen till vinkeln vid  $A$  skär kateten  $BC$ . Bestäm längden av hypotenusan  $AC$  om sträckan  $BD$  är 2 cm lång.
4. Låt  $AB$  vara en 5 cm lång korda i en cirkel med diametern 6 cm, och bilda den triangel  $ABC$  vars sida  $AC$  är 4 cm lång och vars hörn  $C$  ligger på den cirkelbåge från  $A$  till  $B$  som är mindre än en halvcirkel. Hur lång är sidan  $BC$ ?
5. Bevisa parallellprojektionssatsen, dvs visa att tre parallella linjer som korsar två räta linjer delar dessa i segment som är parvis proportionella.
6. Låt  $A$  och  $B$  vara två punkter på en linje  $\ell$  och låt  $C$  vara en punkt på  $\ell$  belägen mellan  $B$  och mittpunkten på sträckan  $AB$ . Låt  $P$  vara en punkt utanför  $\ell$  och dra sträckorna  $PA$ ,  $PB$  och  $PC$ . Låt  $Q$  vara en punkt på sträckan  $PC$ , skild från  $P$  och  $C$ , låt  $R$  vara skärningspunkten mellan  $PB$  och linjen  $AQ$ , låt  $S$  vara skärningspunkten mellan  $PA$  och linjen  $BQ$ , och låt  $D$  vara skärningspunkten mellan  $\ell$  och linjen  $RS$ . Visa att  $AC/BC = AD/BD$ .

Lycka till!