

## Tentamen i Matematik: Geometri

2021-06-08 kl 14.00–19.00

Tillåtna hjälpmedel: enbart ritverktyg som passare, linjal och gradskiva. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och ordentligt skrivna.

Varje uppgift ger högst 3 poäng, och en uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg G räcker 8 poäng och tre godkända uppgifter, och för betyg VG räcker 13 poäng och fem godkända uppgifter.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Triangeln  $ABC$  har arean  $5 \text{ cm}^2$ . Låt  $D$  vara den punkt på sidan  $AB$  som ges av att  $AD = 2DB$ , och låt  $E$  vara den punkt på sidan  $AC$  som ges av att  $AE = EC/4$ . Bestäm arean av triangeln  $CDE$ .
2. Låt  $ABC$  vara en triangel sådan att  $AB = AC$  och låt  $D$  vara mittpunkten på sidan  $BC$ . Visa att  $BE = CE$  för varje punkt  $E$  på sträckan  $AD$ .
3. I en cirkel med radie 5 cm delas en korda, vars längd är 8 cm, i förhållandet 1:7 av en diameter. Bestäm den spetsiga vinkeln mellan kordan och diametern.
4. För triangeln  $ABC$  gäller att  $AB = 6 \text{ cm}$ ,  $AC = 4 \text{ cm}$  och  $BC = 7 \text{ cm}$ . Punkten  $D$  på sidan  $AB$  ligger två centimeter från  $B$ , och punkten  $E$  på sidan  $AC$  är sådan att arean av triangeln  $ADE$  är hälften av arean av triangeln  $ABC$ . Hur lång är sträckan  $DE$ ?
5. Bevisa periferivinkelsatsen, dvs visa att medelpunktsvinkeln på en båge är dubbelt så stor som en periferivinkel på samma båge.
6. Låt  $A$  vara en punkt utanför en cirkel och låt  $E$  och  $F$  vara tangeringspunkterna för de två tangenter till cirkeln som går genom  $A$ . Låt  $B$  vara en godtycklig punkt på sträckan mellan  $E$  och  $F$ , och låt  $C$  och  $D$  vara linjen  $AB$ :s skärningspunkter med cirkeln. Visa att  $AB$  är det harmoniska medelvärdet av  $AC$  och  $AD$ .

**Lycka till!**