

Tentamen i Matematik: Geometri

2023-01-04 kl 8.00–13.00

Tillåtna hjälpmedel: enbart ritverktyg som passare, linjal och gradskiva. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och ordentligt skrivna.

Varje uppgift ger högst 3 poäng, och en uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg G räcker 8 poäng och tre godkända uppgifter, och för betyg VG räcker 13 poäng och fem godkända uppgifter.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. Medelpunkten för en cirkel med radie 1 cm ligger på en annan cirkel, vars radie är $1/\sqrt{3}$ cm. Låt P vara en av de punkter där cirkelarna skär varandra och bestäm den spetsiga vinkeln mellan cirkelarnas tangenter i P .
2. I triangeln ABC är sidorna AB och AC lika långa. På sidan BC ligger två punkter D och E (med D mellan B och E) sådana att $AD = AE$. Visa att $BD = CE$.
3. Låt BC vara en diameter i en cirkel med radie 4 cm och låt A vara en punkt sådan att $AB = 6$ cm och $AC = 3$ cm. Bestäm längden av den korda som går genom punkterna A och B .
4. Låt A , B , C och D vara hörnen i en rektangel, uppräknade moturs, låt E vara mittpunkten på sidan BC , och låt F vara den punkt på sidan CD som uppfyller $CF = CD/5$. Bestäm förhållandet AD/AB , givet att F ligger på bisektrisen till vinkeln $\angle EAD$.
5. Bevisa parallellprojektionssatsen, dvs visa att tre parallella linjer som korsar två räta linjer delar dessa i segment som är parvis proportionella.
6. Antag att alla vinklar i triangeln ABC är spetsiga, att D är den punkt på sidan BC sådan att AD och BC är vinkelräta (AD är alltså triangelns höjd från A), och att H är skärningspunkten för höjderna i triangeln. Visa att $BD \cdot CD = AD \cdot HD$.

Lycka till!