

Tentamen i Matematik: Geometri

2024-06-07 kl 8.00–13.00

Tillåtna hjälpmedel: enbart ritverktyg som passare, linjal och gradskiva. Lösningarna ska vara fullständiga, välmotiverade och ordentligt skrivna.

Varje uppgift ger högst 3 poäng, och en uppgift räknas som godkänd om den bedömts med minst 2 poäng. För betyg G räcker 8 poäng och tre godkända uppgifter, och för betyg VG räcker 13 poäng och fem godkända uppgifter.

Svar finns efter skrivningstidens slut på kursens hemsida.

1. En cirkel har radien 5 cm. Genom en punkt P vars avstånd till cirkelns medelpunkt är 2 cm går en korda AB sådan att $PA = 4$ cm. Bestäm längden av kordan AB .
2. Låt O vara mittpunkten på en sträcka AB , låt O' vara sträckan OB :s mittpunkt, och låt T och T' vara de cirklar som har AB respektive OB som diametrar. Låt vidare P och P' vara punkter på T respektive T' sådana att $\angle POB = \angle P'O'B$. Visa att $PC = P'C$, där C är mittpunkten på sträckan AO .
3. I en rätvinklig triangel är förhållandet mellan kateternas längder 5:12, och den inskrivna cirkelns radie är 1 cm. Bestäm triangelns omkrets.
4. För en triangel ABC gäller att $AB = 2$ cm, att $AC = 4$ cm och att bisektrisen till triangelns vinkel vid A är 1 cm lång. Bestäm längden av sidan BC .
5. Bevisa VV-kriteriet för likformighet, dvs visa att trianglar med två vinklar lika är likformiga.
6. Låt sträckan AB vara en diameter i en cirkel med mittpunkt O och låt C vara en punkt på AB mellan O och B . Låt vidare P vara en punkt på cirkeln sådan att sträckan PC är vinkelrät mot AB , och låt D vara den punkt där cirkelns tangent genom P skär AB :s förlängning. Visa att $AC/BC = AD/BD$.

Lycka till!