

ett exempel med determinant

①

Sats: Ekv. syst. $AX = Y$ har entyd lösning
 X för varje Y ($X = A^{-1}Y$)

$$\Leftrightarrow A^{-1} \text{ existerar}$$

$$\Leftrightarrow \det A \neq 0$$

$$\Leftrightarrow \text{Ekv. syst } AX = 0 \text{ har endast lösning } X = 0.$$

Ex: Låt $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ vara vektorer i rummet
Om $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ ligger i samma plan
kan vi skriva $t_1 \bar{u} + t_2 \bar{v} = \bar{w}$ för
några $t_1, t_2 \in \mathbb{R}$

Kan uttryckas (mer allmänt)

Det finns tal x_1, x_2, x_3 inte alla noll
s.d. att $x_1 \bar{u} + x_2 \bar{v} + x_3 \bar{w} = \bar{0}$

ty om tex $x_3 \neq 0$ är

$$-\frac{x_1}{x_3} \bar{u} + \frac{x_2}{x_3} \bar{v} = \bar{w}$$

$t_1 \quad t_2$

Ex Antag $\bar{u} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\bar{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\bar{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

Ligger de i samma plan?

Kollar om $x_1 \bar{u} + x_2 \bar{v} + x_3 \bar{w} = \bar{0}$

har lösning där x_1, x_2, x_3 inte alla noll

$$\Leftrightarrow x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + x_3 \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(2)

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A \quad X = 0$$

Om $\det A = 0$ ligger $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ i samma plan, eftersom då har vi (minst) en icke-trivial lösning X .

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-2) \cdot (-1) + 1 \cdot 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 \cdot 0 - 2 \cdot (-2) \cdot 1 - 0 \cdot 1 \cdot (-1) - (-1) \cdot 1 \cdot 1 = 2 + 2 + 0 + 4 - 0 + 1 = 9 \neq 0$$

Svar nej, de ligger ej i samma plan.

Obs att kol. i A är koordin. för $\bar{u}, \bar{v}$ och $\bar{w}$

$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ i samma plan

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \bar{u} & \bar{v} & \bar{w} \end{vmatrix} = 0$$

