

3.6.5 Lös ekv

$$XA + B = 2I,$$

$$\text{där } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}, I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$XA = 2I - B$$

$$\underbrace{XAA^{-1}}_{=I} = (2I - B)A^{-1}$$

$$X = (2I - B)A^{-1}$$

$$AX = Y \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow X = A^{-1}Y \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = y_1 \\ 3x_1 + 4x_2 = y_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & | & 1 & 0 \\ 3 & 4 & | & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & | & 1 & 0 \\ 0 & -2 & | & -3 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & | & -2 & 1 \\ 0 & -2 & | & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$-2x_2 = -3y_1 + y_2$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & | & -2 & 1 \\ 0 & 1 & | & \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \text{ där } A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$
$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$X = \left( 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \right) \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2-5 & -6 \\ -7 & 2-8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -3 & -6 \\ -7 & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 10 & -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 5 & -4 \end{pmatrix},$$