7 Undersök om $\bar{v}_1 = (5,-3,1,-1)$, $\bar{v}_2 = (1,5,-3,2)$
$\bar{v}_3 = (2,3,-2,1) \in \mathbb{R}^4$
är linj. ber. el oberr.
Ange en bas för $U = [\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3]$
och utvidga till en bas för $\mathbb{R}^4$.

Lösn

Bern. ekv $t_1\bar{v}_1 + t_2\bar{v}_2 + t_3\bar{v}_3 = \bar{0}$

$$\begin{array}{c} (3) \\ (5) \\ (-5) \\ \end{array}\left(\begin{array}{ccc|cc} 5 & 1 & 2 & 0 & x_1 \\ -3 & 5 & 3 & 0 & x_2 \\ 1 & -3 & -2 & 0 & x_3 \\ -1 & 2 & 1 & 0 & x_4 \end{array}\right) \Leftrightarrow \left(\begin{array}{ccc|cc} 5 & 1 & 2 & 0 & x_1 \\ 0 & 28 & 21 & 0 & 3x_1+5x_2 \\ 0 & 16 & 12 & 0 & x_1-5x_3 \\ 0 & +1 & -1 & 0 & x_3+x_4 \end{array}\right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{c} \\ (-1) \\ \\ (4) \end{array}\left(\begin{array}{ccc|cc} 5 & 1 & 2 & 0 & x_1 \\ 0 & 4 & 3 & 0 & \frac{3}{7}x_1 + \frac{5}{7}x_2 \\ 0 & 4 & 3 & 0 & \frac{x_1}{4} - \frac{5}{4}x_3 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & x_3 + x_4 \end{array}\right)$$

$$\left(-\frac{3}{7}+\frac{1}{4}\right)x_1 - \frac{5}{7}x_2 - \frac{5}{4}x_3 = 0$$

$$\frac{-5x_1}{28} - \frac{20}{28}x_2 - \frac{35}{28}x_3 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 0$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|cc} 5 & 1 & 2 & 0 & x_1 \\ 0 & 4 & 3 & 0 & \frac{3}{7}x_1 + \frac{5}{7}x_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & \frac{3}{7}x_1 + \frac{5}{7}x_2 + 4x_3 + 4x_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_1 + 4x_2 + 7x_3 \end{array}\right)$$

linj oberr.

$\bar{v}_1 \bar{v}_2 \bar{v}_3$ bas för U. Lägg till $\bar{v}_4 = (1,0,0,0)$ ger bas för $\mathbb{R}^4 = [v_1 v_2 v_3 v_4]$