7.2.1 $F: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ är linjär avbildning om

(1) $F(\bar{u}+\bar{v}) = F(\bar{u}) + F(\bar{v})$ för alla $\bar{u}, \bar{v} \in \mathbb{R}^n$

(2) $F(t\bar{u}) = tF(\bar{u})$ för alla $t \in \mathbb{R}, \bar{u} \in \mathbb{R}^n$

Kriterier: F är linjär $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$

$$\Leftrightarrow F(\bar{u}) = F(\underline{e}X) = \underline{e}AX$$

för någon matris A, $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$

<u>Om</u> F är linjär gäller alltid

$$F(\bar{0}) = \bar{0}.$$

(a)
$$F(\underline{e}X) = (x_1, 0, 0, \dots, 0) = \underline{e}\begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \underline{e}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & & & & \\ \vdots & & & & \\ 0 & & & & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

$$F\left(\underline{e}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}\right) = \qquad \underline{e}AX$$

<u>Ja</u>

(b) $F(\underline{e}X) = (x_1+1, x_2+1, \dots, x_n+1)$ $\quad F(\bar{0}) = (1, 1, 1, \dots, 1)$

<u>Nej</u>

(c) $F(\underline{e}X) = (1, x_2, \dots, x_n)$ $\quad F(\bar{0}) = (1, 0, \dots, 0)$

<u>Nej</u>.

(d) $F(\underline{e}X) = (x_1x_2, x_2x_3, \dots, x_{n-1}x_n, x_nx_1)$

$t = 2$

$$F(2\underline{e}X) = F\left(\underline{e}\begin{pmatrix} 2x_1 \\ 2x_2 \\ 2x_3 \\ \vdots \\ 2x_n \end{pmatrix}\right) = \underline{e}\begin{pmatrix} 2x_1 2x_2 \\ 2x_2 2x_3 \\ \vdots \\ 2x_n 2x_1 \end{pmatrix} = 4\underline{e}\begin{pmatrix} x_1x_2 \\ x_2x_3 \\ \vdots \\ x_nx_1 \end{pmatrix}$$

$$= 4F(\underline{e}X)$$

<u>Nej</u>