

Tentamen 200116, Linjär algebra

Inga hjälpmedel tillåtna. Varje uppgift ger upp till tre poäng. För betyget 3/4/5 krävs sammanlagt 8/12/16 poäng med minst 3/4/5 uppgifter med två eller tre poäng. Godkända inlämningsuppgifter VT2019 ger 2 poäng att addera till skrivningsresultatet upp till betyget 3. **Markera detta genom att skriva 'G' i rutan för uppgift 8.** Lösningsförslag finns på kursens hemsida efter skrivningen är över. I uppgifterna nedan antas $\underline{e} = (\bar{e}_1 \cdots \bar{e}_n)$ vara standardbasen för $\mathbb{R}^n$.

- Bestäm den linje L som ligger i båda planen $x + y - z = -1$ och $2x - y + z = 0$.
 - Bestäm normalekvationen för det plan P som innehåller punkten $A = (1, -2, 3)$ och är ortogonal mot linjen i (a).
 - Ange det minsta avståndet mellan punkten $B = (2, 3, -1)$ och planet P i (b).
- Bestäm det reella talet a så att linjerna $(x, y, z) = (3, -2, a) + t(1, -2, 1), t \in \mathbb{R}$ och $(x, y, z) = (-a, -1, 0) + t(2, 1, 1), t \in \mathbb{R}$, skär varandra. Ange även skärningspunkten.
- Lös matrisekvationen $AXB + AB = BA$, där

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 8 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Bestäm, om de finns, det största och minsta avståndet från en punkt på kurvan $5x^2 + 4xy + 8y^2 = 180$, till origo, samt ange i vilka punkter dessa avstånd antas.
- Bestäm samtliga egenvärden och motsvarande egenrum till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Bestäm därefter A^{10} .

Var god vänd!

6. Låt $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ vara den ortogonala projektionen på planet $2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0$, med avbildningsmatris A .
- (a) Ange avbildningsmatrisen A för F .
 - (b) Visa att spegling i planet $2x_1 - x_2 + 2x_3 = 0$ har avbildningsmatris $2A - I$, där I är identitetsmatrisen.
 - (c) Ange samtliga egenvärden och egenvektorer för den linjära avbildning som har avbildningsmatris $nA - I$, $n = 1, 2, 3, \dots$
7. Lös matrisekvationen $X^3 = A$, där

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Lycka till!