

Tentamen
TADI31 Diskret matematik, TEN1, 4 hp
2024-08-26 kl. 8-13

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg 3 krävs minst 8p, för betyg 4 krävs minst 12p och för betyg 5 krävs minst 16p. Lösningarna skall vara **fullständiga** med samtliga steg redovisade och motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Tillåtna hjälpmedel: Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1. Låt $A = \{a, b, c\}$.

a) Ange potensmängden till A , det vill säga $\mathcal{P}(A)$.

b) Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska och motivera varför.

i. $\emptyset \in A$

ii. $\emptyset \in \mathcal{P}(A)$

iii. $A \subseteq \emptyset$

iv. $|\mathcal{P}(A)| = 3$

2. a) Primtalsfaktorisera talet 75 600.

b) Bestäm antalet positiva delare till 75 600.

c) Bestäm antalet positiva delare till 75 600 som i sin tur är delbara med 45.

3. a) Avgör om $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ är logiskt ekvivalent med $p \rightarrow (q \rightarrow r)$.

b) Visa med någon metod i kursen att följande slutledningen är korrekt:

$$(q \rightarrow r) \wedge (p \vee s) \wedge \neg s \wedge (p \rightarrow \neg r) \Rightarrow \neg q$$

4. Bestäm samtliga lösningar till de diofantiska ekvationerna:

a) $1800x + 1470y = 3000$

b) $40x + 80y = 420$

5. a) Bestäm antalet olika bokstavsföljder med 6 bokstäver som kan bildas med bokstäverna i ordet SOMMAR och där två M inte står intill varandra.

b) Finns det någon x^2y^{21} -term i utvecklingen av $\left(\frac{1}{x} - y^3x\right)^{12}$?

Bestäm i så fall koefficienten för denna term.

6. Visa att olikheten $2^n > n^2 - 2$ gäller för alla $n \geq 3$ med hjälp av induktion.

7. Bestäm för varje $n \geq 2$ hur många bågar som måste tas bort från K_n , den fullständiga grafen med n noder, för att kunna få ett spännande träd. Svaret ska uttryckas i n .