

Tentamen

TADI31 Diskret matematik, TEN1, 4 hp

2025-01-15 kl. 14-19

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg 3 krävs minst 8p, för betyg 4 krävs minst 12p och för betyg 5 krävs minst 16p. Lösningarna skall vara **fullständiga** med samtliga steg redovisade och motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

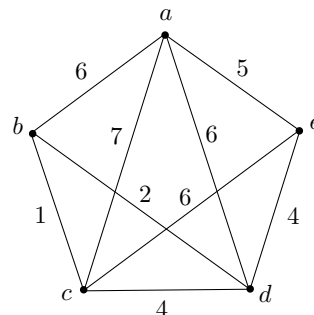
Tillåtna hjälpmedel: Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1. Låt $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ och $B = \{x \in A \mid x \text{ är ett udda tal}\}$ vara delmängder i grundmängden $\mathcal{U} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

- Bestäm $\bar{A} \cap B$ samt ange alla delmängder den mängden har.
- Bestäm $\bar{B} \cap A$ samt ange alla delmängder den mängden har.
- Ange antalet delmängder till \mathcal{U} som har B som delmängd.

2. a) Finns det någon öppen respektive sluten eulerväg i grafen intill? Motivera tydligt för båda typerna och ge ett exempel om vägtypen existerar.
- b) I grafen visas kostnaderna för respektive båge i tusentals kronor. Bestäm utifrån någon algoritm i kursen ett billigaste nätverk (minimalt spännande träd) för grafen. Motivera varje steg samt ange ett billigaste nätverk och kostnaden för detta.



3. a) Bestäm antalet olika **3-siffriga** tal som kan bildas med siffrorna i dagens datum, alltså med siffrorna 250115 ?
- b) Hur många olika **4-siffriga** tal kan bildas med siffrorna ur dagens datum där vi dessutom skriver dagens datum som 20250115 ?

I båda a) och b) ska det tydligt framgå vad du beräknar och varför.

4. Vid en föreställning i Gamla Linköping blev intäkten 7000 kr. Biljettpriset var 75:- för vuxen och 40:- för barn. Formulera och lös den diofantiska ekvation som dessa uppgifter ger upphov till. Bestäm sedan hur många vuxna och barn som var på föreställningen då man vet att det var fler barn än vuxna samt att det var minst 50 vuxna där. (Svar utan redovisning av generell lösningsmetod ger ej poäng.)



5. a) Anta att det logiska uttrycket nedan är falskt. Vilket sanningsvärde har då parametern s ? Det ska tydligt framgå hur du resonerar.

$$(r \wedge q) \wedge \neg p \rightarrow p \vee (\neg s \leftrightarrow q)$$

- b) Avgör med någon metod i kursen huruvida följande slutledning är korrekt.

$$(q \rightarrow \neg p) \wedge (s \rightarrow p) \wedge q \Rightarrow \neg s$$

6. I en vanlig kortlek med 52 kort finns 4 färger (spader, hjärter, ruter och klöver) och i varje färg finns 13 valörer (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, knekt, dam, kung och ess). En hand med 5 kort ger "tvåpar" om man har två kort i en valör och två kort i en annan valör samt ett femte kort i en tredje valör. (Bilden utgör ett exempel på en hand med tvåpar.)



- a) På hur många olika sätt kan man få tvåpar med fem kort ur en kortlek? (Varje uppsättning av olika kort som ger tvåpar räknas som ett sätt.)
- b) Hur många händer med tvåpar (de i a-uppgiften) innehåller inget kort med lägre valör än 7?
7. Avgör för vilket lägsta värde på parametern a som följande likhet kan vara sann. Visa sedan med hjälp av induktion att likheten gäller för alla $n \geq a$ för detta värde på a .

$$\sum_{k=a}^n \frac{3}{k(k+1)} = \frac{n-2}{n+1}$$