

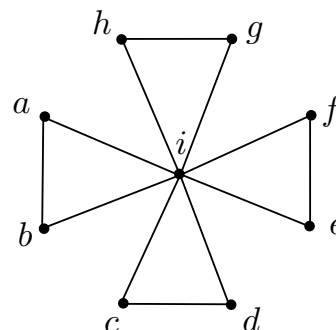
**Tentamen**  
**TADI31 Diskret matematik, TEN1, 4 hp**  
**2025-03-19 kl. 14-19**

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg 3 krävs minst 8p, för betyg 4 krävs minst 12p och för betyg 5 krävs minst 16p. Lösningarna skall vara **fullständiga** med samtliga steg redovisade och motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

**Tillåtna hjälpmedel:** Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1. I figuren intill visas en så kallad "blomgraf" med nio stycken noder.



- a) Avgör om det finns någon hamiltoncykel i denna graf. Ge ett exempel eller motivera varför sådan inte finns.
- b) Finns det någon öppen eller sluten eulerväg i grafen? Motivera tydligt för respektive vägtyp samt ge ett exempel i det fall den existerar.
- c) Ange ett spännande träd till grafen.
2. a) Bestäm största gemensamma delare för talen 1260 och 3000.  
b) Ange samtliga lösningar till den diofantiska ekvationen  $6000x + 2520y = 600$ .
3. a) En arbetsgrupp ska utses, bestående av en projektledare, en ekonomiansvarig samt ytterligare två gruppmedlemmar som inte ges någon särskild roll. Det finns 8 personer på arbetsplatsen som alla kan väljas till arbetsgruppen. På hur många olika sätt kan arbetsgruppen då sättas samman?
- b) Om de 8 personerna består av 5 kvinnor och 3 män och vi lägger till kravet att en kvinna ska vara projektledare, på hur många olika sätt kan då arbetsgruppen sättas samman?
- c) Samma uppgift som i b), men där vi också lägger till kravet att arbetsgruppen ska innehålla precis en man.
4. Bevisa följande mängdlikheter i det fall de gäller respektive ge ett konkret motexempel med högst 3 element i grundmängden i fall de inte gäller.

a)  $(C \setminus \bar{A}) \cup B = (B \cup C) \setminus A$

b)  $(A \cap \bar{B}) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$



5. a) Låt  $S_1: (\neg q \rightarrow \neg p) \wedge r$  och  $S_2: (\neg p \wedge r) \vee (r \wedge q)$ . Avgör om  $S_1 \Rightarrow S_2$  eller om  $S_2 \Rightarrow S_1$  eller om inget av uttrycken logiskt implicerar det andra.
- b) Är slutledningen  $(p \vee q) \wedge \neg q \wedge (p \rightarrow \neg r) \Rightarrow \neg r$  korrekt? Visa med någon metod i kursen eller ge ett motexempel som visar att slutledningen ej är korrekt.
6. En talföljd  $a_n$ , där  $n = 1, 2, 3, \dots$  definieras rekursivt av uttrycket

$$\begin{cases} a_n = 2 \cdot a_{n-1} + 1, & n = 2, 3, 4, \dots \\ a_1 = 1 \end{cases}$$

Beräkna de första talen i talföljden och se ett mönster utifrån vilket du kan föreslå en formel för  $a_n$ . Visa sedan att den formeln gäller för alla  $n \geq 1$ , med hjälp av induktion.

7. Inför påskfesten har du formulerat följande klurighet som gästerna ska få utmanas av:

- a) Bokstäverna i ordet PÅSKAFTON omordnas så att olika "ord" med nio bokstäver bildas. Hur många av dessa innehåller SKAFT eller ÅSKA någonstans i "ordet"? (Alla bokstavsföljder räknas som "ord", inte bara de som är riktiga svenska ord.)



- b) Hur många av "orden" vi kan bilda med de nio bokstäverna i ordet PÅSKAFTON innehåller inte två vokaler intill varandra? (Vokalerna är Å, A, O .)