

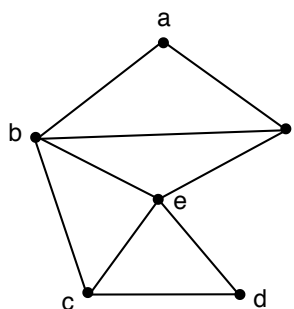
Tentamen TADI31 Diskret matematik, TEN1, 4 hp 2026-03-18 kl. 14-19

På varje uppgift ges 3 poäng. För betyg 3 krävs sammanlagt minst 8p och att man fått minst 1p på fyra olika uppgifter. För betyg 4 krävs minst 12p och för betyg 5 krävs minst 16p. Lösningarna skall vara **fullständiga** med samtliga steg redovisade och motiverade, ordentligt skrivna och avslutade med ett svar.

Tillåtna hjälpmedel: Bifogat formelblad i logik. (Räknare ej tillåten.)

Lösningar läggs ut på kurswebbsidan efter skrivtidens slut.

1. a) Finns det någon hamiltoncykel i grafen in- till? Ge ett exempel eller motivera varför det inte finns någon.
- b) Finns det någon sluten eulerväg respektive öppen eulerväg i grafen? Motivera tydligt för respektive vägtyp och ge ett exempel om den existerar.
- c) Rita något spännande träd för denna graf och ange antalet löv i det träd du ritat.



2. a) Bestäm största gemensamma delare till talen 360 och 1470.
b) Lös den diofantiska ekvationen $360x + 1470y = 21240$.
c) Ange koefficienten för x^8 -termen i utvecklingen av $(x + \frac{1}{x})^{12}$.
3. a) Avgör om $(p \wedge \neg q) \vee \neg r$ är logiskt ekvivalent med $(\neg r \rightarrow p) \rightarrow \neg q$.
b) Skriv följande slutledning på satslogisk form och avgör sedan med någon metod i kursen huruvida slutledningen är korrekt:
"Om det regnar så badar vi inte. Om det inte regnar så ler solen mot oss. Vi badar. Alltså ler solen mot oss."

4. Hur många olika bokstavsföljder med 7 bokstäver kan man bilda med bokstäverna i ordet PÅSKÄGG? Hur många av dessa bokstavsföljder innehåller varken följden GÅS eller följden SKÅP?



5. Gäller följande likheter för alla mängder? Ge ett bevis med numrerat vennidiagram om likheten gäller respektive ge ett konkret motexempel med högst 3 element i grundmängden i fall den inte gäller.

a) $A \cap (B \setminus C) = \bar{C} \cap (A \cap B)$

b) $(\bar{B} \cup \bar{A}) \setminus C = ((A \setminus B) \cup (B \setminus A)) \cap \bar{C}$

6. En godisbutik har lösgodis i fyra olika sorter.
- a) På hur många olika sätt kan man köpa en godispåse med 12 bitar fördelat på de fyra sorterna?
 - b) Geléhallon och hallonbåtar är två av de fyra sorter som finns i butiken. Hur många av påsarna i a) innehåller minst en hallonbåt och max fyra geléhallon?
7. För vilka naturliga tal n gäller att $3|(7^n - 2^n)$? Undersök och bevisa det mönster du ser med hjälp av induktion.