LINKÖPINGS TEKNISKA HÖGSKOLA
Matematiska institutionen
Vitalij Tjatyrko

KURSKOD: TAIU08
Provkod: TEN1

TENTAMEN I MATEMATIK TAIU08/TEN1 (FLERVARIABELANALYS)
2024-08-26 KL 14-19

Inga hjälpmedel tillåtna.
Uppgifterna bedöms med 0-3 poäng.
15-18 poäng ger betyg 5, 11-14 poäng 4, 8-10 poäng 3.
Resultatet kommer inom två veckor.

1. Bestäm Taylorpolynomen P_1 och P_2 av ordningen 1 och 2 resp. i punkten (1,-1) till funktionen $f(x,y) = 4x^3 - 3xy^2 + 2xy - x$.

   Använd $h = x - 1$ och $k = y + 1$ för att skriva ner polynomen.

   Svar: $P_1 = -2 + 6h + 8k$, $P_2 = P_1 + 12h^2 + 8hk - 3k^2$

2. Transformera den partiella differentialekvationen

   $4y^2 f''_{xx} - 4y f''_{xy} + f''_{yy} - 2f'_x = 4 \quad (*)$

   till de nya variablerna $u = x + y^2$ och $v = y$.

   Svar: $f''_{vv} = 4$

3. (i) Bestäm på formen $Ax+By+Cz+D = 0$ tangentplanet till nivåytan $xy^2z + 2x^2yz^2 = 8$ i punkten $(x,y,z) = (1,2,1)$ på ytan (1p)
   Svar: $2x + y + 2z - 6 = 0$

   (ii) Beräkna riktningsderivatan av $f(x,y,z) = yz^2e^x$ i punkten $(0,2,1)$ i den riktning som ges av vektorn $(2,1,2)$ (2p).
   Svar: $\frac{13}{3}$.

4. Låt $f(x,y) = x^3 + 12xy^2 + x^2 + 4y^2 + 2024$.

   (i) Finn alla stationära punkter för f (1p)
   Svar: $P_1(0,0), P_2(-\frac{2}{3},0), P_3(-\frac{1}{3},\frac{1}{6}), P_4(-\frac{1}{3},-\frac{1}{6})$

   (ii) Avgör karaktär av de funna stationära punkterna.
   Motivera fullständigt när det gäller kvadratiska former. (2p)
   Svar: P_1 är en str. lok. min, P_2 är en str. lok. max, P_3 och P_4 är sadelpunkter.

5. Bestäm största och minsta värde, om de finns, av funktionen

   $f(x,y) = yx^2 + 3x - y + 1,$

   på eller innanför triangeln med hörn $A(0,0), B(0,-2), C(2,-2)$.

   Svar: $\max f = \frac{33}{8}$ antas i punkten $P(\frac{3}{4},-2)$,

   $\min f = 1$ antas i punkterna A och C

6. Beräkna $\int\int_D (2x+y)\cdot sin(3x)\ dxdy$,

där D ges av olikheterna $-1 \leq 2x+y \leq 1,\ 0 \leq x-y \leq 1.$

Svar: $-\frac{1}{3}(\sin(2)+\cos(2)-1).$